

Bearbeitung und Interpretation von Spektren der Induzierten Polarisierung

D i s s e r t a t i o n

zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Naturwissenschaften

vorgelegt von

Sven Nordsiek

aus Ostercappeln

genehmigt von der Fakultät für
Energie- und Wirtschaftswissenschaften
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung
13. April 2010

Die Arbeit wurde am Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal
angefertigt.

Vorsitzender der Promotionskommission:	Prof. Dr.-Ing. N. Meyer
Hauptberichterstatte:	Prof. Dr. A. Weller
Berichterstatte:	Prof. Dr. A. Hördt

Danksagung

Bei der Anfertigung dieser Arbeit habe ich von vielen Seiten Unterstützung erfahren. An dieser Stelle möchte ich mich dafür herzlich bedanken.

Mein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Andreas Weller für die Anregung zum Thema dieser Dissertation, die Betreuung der Arbeit und die Anfertigung des Gutachtens. Herrn Prof. Dr. Andreas Hördt danke ich für die Übernahme des Koreferates.

Bei Fragen zur NMR und zur Petrophysik haben mir die Diskussionen mit Dr. Wolfgang Debschütz sehr geholfen. Für seine wertvollen Hinweise möchte ich mich deshalb bedanken.

Für die vorliegende Arbeit mussten zahlreiche Proben präpariert und gelegentlich auch Messzellen repariert werden. Harald Weiss und Kai ter Smitten aus der Werkstatt des Instituts für Geophysik und Martin Josuweit aus dem Institut für Geologie und Paläontologie danke ich herzlich für ihre Unterstützung.

Die Permeabilitätsmessungen an den Bahariya-Sandsteinen wurden von Matthias Halisch vom Leibniz-Institut für angewandte Geophysik in Hannover durchgeführt. Einige Spektren der Induzierten Polarisation wurden von Dr. Sabine Kruschwitz von der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung in Berlin zur Verfügung gestellt und von Katrin Breede bzw. Henning Schröder im Rahmen ihrer Diplomarbeiten an der TU Clausthal gemessen.

Allen Mitarbeitern des Instituts für Geophysik und den ehemaligen Kommilitonen in Clausthal, besonders Marcus Möller, Andreas Fettig und Ngoc Quy Pham, danke ich für die freundliche Arbeitsatmosphäre und eine angenehme Zeit im Oberharz.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Aufbau und Ziel der Arbeit	2
2	Grundlagen	5
2.1	Die Induzierte Polarisation	5
2.1.1	Die Parameter	5
2.1.2	Polarisationsphänomene	7
2.1.3	IP-Messverfahren	9
2.1.4	Das Debye-Modell und die Modelle des Cole-Cole-Typs	12
2.1.5	Das Drake-Modell (CPA-Modell)	16
2.2	Die Kernspinresonanz	17
2.2.1	Protonen im Magnetfeld	17
2.2.2	Die Relaxationszeiten	18
2.2.3	Bezug zu anderen Parametern	21
3	Auswertung von IP-Daten	25
3.1	Transformation vom Frequenz- in den Zeitbereich	26
3.1.1	Der Filter von Guptasarma	26
3.1.2	Der Filter von Weidelt	27
3.2	Debye-Zerlegung	27
3.2.1	Aufstellen des Gleichungssystems	28
3.2.2	Vorgabe der Relaxationszeiten	29
3.2.3	Lösung des linearen Gleichungssystems	31
3.2.4	Zusammenfassende Parameter	31
3.3	Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze	33
3.3.1	Debye-Modell	34
3.3.2	Überlagerung von zwei Debye-Modellen	34
3.3.3	Ursprüngliches Cole-Cole-Modell	35
3.3.4	Allgemeines Cole-Cole-Modell	37

3.3.5	Anwendung der digitalen linearen Filter auf das ursprüngliche Cole-Cole-Modell	39
3.3.6	Fazit	41
4	Anwendungen	45
4.1	Schlacke-Sand-Gemische	46
4.1.1	Die Proben	46
4.1.2	IP-Spektren der Schlacke-Sand-Gemische	47
4.1.3	Anpassung der Spektren mit den herkömmlichen Modellen	48
4.1.4	Anwendung der Debye-Zerlegung	50
4.1.5	Fazit	53
4.2	Lignit	56
4.2.1	Das visuelle Klassifikationssystem	56
4.2.2	Das petrophysikalische Klassifikationsverfahren	56
4.2.3	Fazit	58
4.3	Sandsteine	63
4.3.1	IP-Parameter und die innere Oberfläche	64
4.3.2	IP-Parameter und der Porenhalsdurchmesser	67
4.3.3	IP-Parameter und die Permeabilität	68
4.3.4	NMR-Relaxationszeiten und die Permeabilität	73
4.3.5	Vergleich der SIP- und NMR-Untersuchungen	74
4.3.6	Fazit	76
5	Zusammenfassung	89
	Literaturverzeichnis	93
A	Tabellen	101
B	Bestimmung der kleinsten Relaxationszeit	109

Abbildungsverzeichnis

2.1	Strom- und Spannungssignal für Zeitbereichs-IP	10
2.2	Bode-Diagramm	12
2.3	Ersatzschaltbild des Debye-Modells	13
2.4	Phasenwinkelspektren verschiedener Modelle der Cole-Cole-Familie	15
2.5	Magnetisches Moment eines Protons im statischen Magnetfeld	20
2.6	CPMG-Sequenz	22
3.1	Anpassung eines Debye-Modells	35
3.2	Anpassung einer Überlagerung von zwei Debye-Modellen	36
3.3	Anpassung eines ursprünglichen Cole-Cole-Modells	37
3.4	Relaxationszeitverteilung des ursprünglichen Cole-Cole-Modells	38
3.5	Anpassung eines allgemeinen Cole-Cole-Modells	39
3.6	Abklingkurve Cole-Cole-Modell (Übersicht)	42
3.7	Abklingkurve Cole-Cole-Modell (Ausschnitt 1)	43
3.8	Abklingkurve Cole-Cole-Modell (Ausschnitt 2)	44
4.1	Phasenwinkelspektren der Proben Nr. 3 bis 6	48
4.2	Phasenwinkelspektren der Proben Nr. 7 bis 13	49
4.3	Diagramm Zeitparameter vs. maximale Korngröße	54
4.4	IP-Spektren von ausgewählten Lignitproben	60
4.5	Verteilung von ρ_0 , m_S und κ für die Lignitproben	61
4.6	Lignitklassifizierung	62
4.7	Diagramm m_{nDZ} vs. S_{por}	77
4.8	Diagramm τ_{CC} vs. S_{por}	78
4.9	Diagramm $\bar{\tau}$ vs. D_{dom}	79
4.10	Diagramm $K \cdot F$ vs. S_{por}	80
4.11	Diagramm K vs. F	81
4.12	Diagramm K_{SIP} vs. K_{gem} (Gleichung 4.32)	82
4.13	Diagramm K_{SIP} vs. K_{gem} (Gleichung 4.34)	83
4.14	Diagramm K_{SIP} vs. K_{gem} (Gleichung 4.36)	84
4.15	Diagramm K_{SIP} vs. K_{gem} (Gleichung 4.36) mit ungebänderten Sandsteinen	85
4.16	Diagramm K_{NMR} vs. K_{gem} (Gleichung 4.37)	86
4.17	Diagramm K_{NMR} vs. K_{gem} (Gleichung 4.38)	87

4.18 Diagramm K_{NMR} vs. K_{gem} (Gleichung 4.40)	88
------------------------------------------------------------------	----

Tabellenverzeichnis

2.1	Asymptotensteigungen der Phasenwinkelkurven	16
3.1	Modellparameter der synthetischen IP-Spektren	34
3.2	Zusammenfassende Parameter der synthetischen IP-Spektren	40
4.1	Wichtigste Bestandteile der Pandelbachtal-Schlacke	46
4.2	Eigenschaften der Schlacke-Sand-Gemische	47
4.3	RMS-Fehler der Amplituden- und Phasenwinkelspektren	50
4.4	Parameter der Modelle des Cole-Cole-Typs	51
4.5	Zusammenfassende Parameter der Schlacke-Sand-Gemische	52
4.6	Korrelationskoeffizienten für Schlackeanteil und Korngröße	53
4.7	Grenzwerte zur Lignitklassifizierung	58
4.8	Statistische Größen der Permeabilitätsabschätzung	75
A.1	Die ungebänderten Sandsteinproben	101
A.2	Petrophysikalische Eigenschaften der ungebänderten Sandsteinproben . . .	102
A.3	Zusammenfassende Parameter der ungebänderten Sandsteinproben	103
A.4	Die gebänderten Sandsteinproben	104
A.5	Zusammenfassende Parameter der gebänderten Sandsteinproben	105

Ausgewählte Symbole

Konstanten

$i = \sqrt{-1}$	imaginäre Einheit
$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$	Vakuum-Dielektrizitätskonstante
$\mu_0 = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$	magnetische Feldkonstante

Griechische Symbole

γ	gyromagnetisches Verhältnis
ϵ	Dielektrizitätszahl
ϵ_r	relative Dielektrizitätszahl
κ	magnetische Suszeptibilität
$\boldsymbol{\mu}$	magnetisches Dipolmoment
ξ	Oberflächenrelaxivität
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand
$\hat{\rho}$	normierter spezifischer Widerstand
ρ_0	spezifischer elektrischer Gleichstromwiderstand
σ	elektrische Leitfähigkeit
σ_w	Leitfähigkeit des Porenfluids
σ_q	Grenzflächenleitfähigkeit
τ	Zeitkonstante bzw. Relaxationszeit
$\bar{\tau}$	mittlere Relaxationszeit
ϕ	Porosität
φ	Phasenwinkel zwischen Strom- und Spannungssignal
ω	Kreisfrequenz
ω_L	Lamorfrequenz

Lateinische Symbole

B	magnetische Flussdichte
D	Diffusionskonstante
D_{dom}	dominanter Porenhalsdurchmesser
d	Korngröße
E	elektrische Feldstärke
F	Formationswiderstandsfaktor
FE	Frequenzeffekt
f	Frequenz
g_k	Filterkoeffizienten
H_0	Betrag der Magnetfeldstärke
I	Stromstärke
j	elektrische Stromdichte
j_L	Leitungsstromdichte
j_V	Verschiebungsstromdichte
K	Permeabilität
K_{DC}	Korrekturterm für den Gleichstromwiderstand
k	hydraulische Leitfähigkeit
L	Länge
M	Magnetisierung
M	scheinbare Aufladbarkeit
MF	Metallfaktor
m	Aufladbarkeit
\tilde{m}	Gesamtaufladbarkeit (vorläufiger Wert)
m_n	normierte Aufladbarkeit
m_s	Gesamtaufladbarkeit
PFE	Prozentualer Frequenzeffekt
r	Porenradius
S_{por}	porenvolumenspezifische innere Oberfläche
S_{tot}	gesteinsvolumenspezifische innere Oberfläche
T	Tortuosität
T_1	longitudinale Relaxationszeit
T_2	transversale Relaxationszeit
T_2^*	Free Induction Decay
t	Zeit
U	Spannung
U_τ	Ungleichförmigkeitsparameter

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Hintergrund

Der Anwendungsbereich der Induzierten Polarisation (IP) hat sich seit den ersten Messungen zu Beginn des vergangenen Jahrhunderts enorm ausgeweitet. Über die Entwicklung in den ersten 50 Jahren geben Seigel et al. (2007) einen umfassenden Überblick. Anfangs beschränkten sich IP-Messungen im Wesentlichen auf die Erzexploration (van Voorhis et al., 1973; Pelton et al., 1978). Heute zählen auch die Abschätzung der Permeabilität von Aquiferen (Börner et al., 1996; de Lima und Niwas, 2000; Slater und Reeve, 2002; Hördt et al., 2007), Fragestellungen aus dem Bereich des Umweltschutzes (Weller et al., 1996; Vanhala, 1997; Weller et al., 2000; Kemna et al., 2004) und die Unterstützung bei archäologischen Untersuchungen (Schleifer, 2002; Weller et al., 2006; Ullrich et al., 2007) zum Einsatzgebiet der IP.

Für die Auswertung von IP-Untersuchungen gibt es unterschiedliche Ansätze. Mit dem sogenannten Drake-Modell beschreiben van Voorhis et al. (1973) IP-Spektren, die über einen weiten Frequenzbereich einen konstanten Phasenwinkel aufweisen. Dadurch ist bei der Auswertung eines IP-Spektrums eine Beschränkung auf eine einzelne Frequenz möglich. Beispiele finden sich bei Börner und Schön (1991), Börner et al. (1996) und Weller et al. (1996).

Pelton et al. (1978) und Pelton et al. (1983) liefern einen Ansatz zur Auswertung von Spektren des komplexen Widerstands, die sich durch ein Phasenwinkelmaximum im untersuchten Frequenzbereich auszeichnen. Die Modelle von Cole und Cole (1941) und Davidson und Cole (1951), die ursprünglich zur Auswertung von Spektren der Dielektrizitätszahl entwickelt wurden, können auf die IP übertragen werden. Kompliziertere IP-Spektren lassen sich durch eine Kombination mehrerer Cole-Cole-Modelle (Pelton et al., 1978) bzw. durch das allgemeine Cole-Cole-Modell (Pelton et al., 1983) beschreiben. Letzteres ist so formuliert, dass die Ansätze von Cole und Cole (1941) und Davidson und Cole (1951)

Spezialfälle dieses Modells darstellen. Sowohl durch die Kombination von Modellen als auch durch ihre Verallgemeinerung wird eine größere Flexibilität bei der Anpassung an die gemessenen Spektren erreicht. Die physikalische Bedeutung der Modellparameter geht jedoch verloren (Dias, 2000).

Aus Untersuchungen der Induzierten Polarisierung im Zeitbereich lassen sich Relaxationszeitverteilungen bestimmen (Tong et al., 2006; Tarasov und Titov, 2007). Die beobachteten Abklingkurven können als eine Überlagerung mehrerer exponentieller Relaxationsvorgänge verstanden werden. In diesem Punkt zeigt die Zeitbereichs-IP eine Gemeinsamkeit mit dem Verfahren der Kernspinresonanz (*nuclear magnetic resonance*, NMR). Analog zur mittleren longitudinalen bzw. transversalen Relaxationszeit (T_1 bzw. T_2) der NMR kann für die Relaxationszeitverteilung aus der Zeitbereichs-IP eine mittlere Relaxationszeit berechnet werden. Tong et al. (2006) übertragen einen in der NMR etablierten Ansatz zur Permeabilitätsabschätzung mittels T_1 bzw. T_2 (Kenyon et al., 1988; Straley et al., 1994) auf die aus IP-Messungen bestimmte mittlere Relaxationszeit. Verfahren mit digitalen linearen Filtern (Guptasarma, 1982; Weidelt, 1985), die die Transformation von Daten aus dem Frequenz- in den Zeitbereich ermöglichen, können genutzt werden, um eine Relaxationszeitverteilung aus den gemessenen IP-Spektren zu bestimmen.

1.2 Aufbau und Ziel der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, ein geeignetes Modell zur quantitativen Auswertung von IP-Spektren zu finden. Zwei wesentliche Bedingungen sind von dem Modell zu erfüllen: Es muss flexibel sein, um auch komplizierte Spektren, z. B. solche mit mehreren Phasenwinkelmaxima, beschreiben zu können. Zudem wird erwartet, dass die Modellparameter nicht nur empirische Größen sind, sondern eine physikalische Bedeutung besitzen.

Im ersten Schritt werden Filterverfahren zur Transformation von IP-Daten aus dem Frequenz- in den Zeitbereich getestet. Es ergeben sich Probleme, die darauf zurückzuführen sind, dass der komplexe spezifische Widerstand nur für bestimmte Frequenzen aus einem begrenzten Intervall bekannt ist. Eine Interpolation zwischen den untersuchten Frequenzen sowie eine Extrapolation über die Grenzen des durchgemessenen Frequenzbereichs hinaus ist für die Anwendung der digitalen linearen Filter erforderlich.

Ein eigener Ansatz zur Auswertung von IP-Spektren wird vorgestellt. Das als Debye-Zerlegung bezeichnete Verfahren wird auf synthetische Datensätze angewendet. Ein Vergleich des Ansatzes mit der Anpassung von Modellen des Cole-Cole-Typs folgt bei der Auswertung von IP-Spektren, die an Gemischen aus Schlackekörnern und Quarzsand gemessen wurden.

Im Rahmen eines Forschungsprojektes wird das Verfahren der Debye-Zerlegung auf IP-Spektren von Lignitproben angewendet. Ein Klassifizierungsschema für die Hartbraunkohle, in das auch Parameter aus der Debye-Zerlegung eingehen, wird entwickelt. Zwischen zwei Gruppen von Lignit wird entsprechend der Lithotypen des Materials unterschieden. Anhand des Klassifizierungsschemas lässt sich das Lignit, das beim untertägigen Abbau für eine erhöhte Gefahr von Gasausbrüchen steht, von dem Material, das als ungefährlich eingestuft werden kann, unterscheiden.

Der Bezug petrophysikalischer Eigenschaften zu den Parametern der Debye-Zerlegung steht bei der Auswertung von IP-Spektren von Sandsteinen im Mittelpunkt. Neben der porenvolumensspezifischen inneren Oberfläche und dem dominanten Porenhalsdurchmesser wird die Permeabilität der Sandsteine betrachtet. Ein Verfahren zur Abschätzung der Permeabilität aus IP-Messungen wird entwickelt und mit der Permeabilitätsabschätzung aus NMR-Untersuchungen verglichen.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Induzierten Polarisation (IP) und der Kernspinresonanz (NMR) beschrieben. Nach der Vorstellung der für die IP wichtigsten Parameter im Abschnitt 2.1.1 werden die Ursachen des IP-Effektes erläutert (Abschnitt 2.1.2). Die Zeit- und Frequenzbereichs-IP sowie das Verfahren der Spektralen Induzierten Polarisation (SIP) werden als Anwendungen, die sich aus dem IP-Effekt ergeben, in Abschnitt 2.1.3 beschrieben. Anschließend wird die Anpassung von IP-Spektren durch verschiedene Modelle vorgestellt (Abschnitt 2.1.4).

Im zweiten Teil wird das Verfahren der Kernspinresonanz erläutert. Nach einer kurzen Einführung (Abschnitt 2.2.1) werden in Abschnitt 2.2.2 die relevanten Größen vorgestellt und zu anderen petrophysikalischen Parametern in Bezug gesetzt (Abschnitt 2.2.3).

2.1 Die Induzierte Polarisation

2.1.1 Die Parameter

Die durch ein elektrisches Feld \mathbf{E} in einem Material hervorgerufene Stromdichte \mathbf{j} setzt sich aus zwei Komponenten zusammen:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_L + \mathbf{j}_V. \quad (2.1)$$

Aus dem Ohmschen Gesetz resultiert die Leitungsstromdichte

$$\mathbf{j}_L = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.2)$$

wobei σ die elektrische Leitfähigkeit des Materials darstellt. Beim zweiten Term in Gleichung 2.1 spricht man von der Verschiebungsstromdichte \mathbf{j}_V . Handelt es sich um ein periodisches elektrisches Wechselfeld $\mathbf{E} \sim \exp(i\omega t)$, wobei $i = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit,

Kapitel 2 Grundlagen

$\omega = 2\pi f$ die zur Frequenz f gehörige Kreisfrequenz und t die Zeit bezeichnet, so gilt für die Verschiebungsstromdichte (Militzer und Weber, 1985):

$$\mathbf{j}_V = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon \mathbf{E} = i\omega \epsilon \mathbf{E}. \quad (2.3)$$

Die Dielektrizitätszahl $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ setzt sich dabei aus der relativen Dielektrizitätszahl ϵ_r und der Vakuum-Dielektrizitätskonstante $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ zusammen (Schön, 1983). Für niedrige Frequenzen, zu denen der Bereich der IP-Messungen gehört, wird das Verhältnis der beiden Stromdichten sehr groß (Militzer und Weber, 1985):

$$\frac{|\mathbf{j}_L|}{|\mathbf{j}_V|} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0 \omega} \gg 1. \quad (2.4)$$

Unter dieser Bedingung darf die Verschiebungsstromdichte vernachlässigt werden.

Die elektrische Leitfähigkeit σ muss als frequenzabhängige komplexe Größe aufgefasst werden, da reale Stoffe polarisierbar sind (Schön, 1983). Es gilt:

$$\sigma(\omega) = \Re(\sigma(\omega)) + i \cdot \Im(\sigma(\omega)). \quad (2.5)$$

Häufig wird in der Geophysik der Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit, der spezifische elektrische Widerstand ρ , betrachtet. Entsprechend gilt:

$$\rho(\omega) = \Re(\rho(\omega)) - i \cdot \Im(\rho(\omega)). \quad (2.6)$$

Die Ausdrücke $\Re(\sigma(\omega))$ und $\Re(\rho(\omega))$ stehen jeweils für den Realteil, während $\Im(\sigma(\omega))$ und $\Im(\rho(\omega))$ den Imaginärteil der jeweiligen komplexen Größe bezeichnen.

Für den Betrag der elektrischen Leitfähigkeit bzw. des spezifischen elektrischen Widerstands folgt:

$$|\sigma(\omega)| = \sqrt{\Re^2(\sigma(\omega)) + \Im^2(\sigma(\omega))}, \quad (2.7)$$

$$|\rho(\omega)| = \sqrt{\Re^2(\rho(\omega)) + \Im^2(\rho(\omega))}. \quad (2.8)$$

Durch Polarisation kommt es zwischen dem Strom- und dem Spannungssignal zu einer Phasenverschiebung um den Winkel

$$\varphi(\omega) = \arctan \left(\frac{\Im(\sigma(\omega))}{\Re(\sigma(\omega))} \right) = \arctan \left(-\frac{\Im(\rho(\omega))}{\Re(\rho(\omega))} \right). \quad (2.9)$$

Das beobachtete Phänomen wird als IP-Effekt bezeichnet.

2.1.2 Polarisationsphänomene

Die elektrische Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ eines Gesteins mit elektrolytgefülltem Porenraum wird in der Regel von der Leitfähigkeit σ_w des Porenfluids dominiert. Die Leitfähigkeit der Gesteinsmatrix ist meist vernachlässigbar. Einen zusätzlichen Leitfähigkeitsbeitrag liefert die Grenzschicht zwischen dem Porenfluid und der Gesteinsmatrix. Die Leitfähigkeit $\sigma_q(\omega)$ der Grenzschicht ist auf elektrochemische Wechselwirkungen an der inneren Oberfläche des Gesteins zurückzuführen (Schopper, 1982a):

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_w}{F} + \sigma_q(\omega), \quad (2.10)$$

wobei F als Formationswiderstandsfaktor bezeichnet wird. Da weder die Leitfähigkeit des Porenfluids noch der Formationswiderstandsfaktor frequenzabhängig sind und beide keinen Beitrag zum Imaginärteil leisten (Kulenkampff und Schopper, 1988) folgt:

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_w}{F} + \Re(\sigma_q(\omega)) + i \cdot \Im(\sigma_q(\omega)). \quad (2.11)$$

Lediglich der Beitrag der Grenzschicht ist frequenzabhängig und beeinflusst sowohl den Real- als auch den Imaginärteil der Leitfähigkeit.

Die elektrische Doppelschicht

Die Entstehung der Grenzschicht wird unter anderem bei Börner (1991) beschrieben. An der Oberfläche der Gesteinsmatrix sammeln sich z. B. durch Adsorption von Ionen aus dem Porenfluid oder Lösung von Ionen aus der Gesteinsmatrix Überschussladungen an. Durch die Anlagerung von entgegengesetzt geladenen Ionen aus dem elektrolytischen Porenfluid erfolgt eine Kompensation dieser Ladungen. Die fest an die Matrixoberfläche angelagerten Ionen werden als Stern-Schicht bezeichnet. Den Übergang zum Porenfluid bildet ein Bereich diffus verteilter Ionen, deren Konzentration mit der Entfernung von der Oberfläche exponentiell abnimmt. Dieser Gouy-Schicht genannte Bereich und die Stern-Schicht bilden zusammen den als elektrische Doppelschicht (*electrical double layer*, EDL) bezeichneten Übergangsbereich zwischen der Gesteinsmatrix und dem Porenfluid. Da der Imaginärteil der Leitfähigkeit allein durch den Beitrag der Grenzschicht hervorgerufen wird, kommt der EDL bei der Beschreibung der Ursachen des IP-Effektes die zentrale Bedeutung zu.

Membranpolarisation

Bei den meisten Gesteinen ist die an das Porenfluid grenzende Oberfläche der Gesteinsmatrix negativ geladen, so dass die EDL durch fest angelagerte und zum Porenraum hin

diffus verteilte Kationen gebildet wird. Eine Erläuterung der zu Grunde liegenden elektrochemischen Vorgänge ist u. a. bei Gueguen und Palciauskas (1994) zu finden. Bei engen Poren wird der Porendurchmesser durch die EDL stark verringert, so dass die angelagerten Kationen eine Barriere für den Ladungstransport im elektrolytgefüllten Porenraum bilden. Durch diese Einschränkung der Ionenbewegung im Elektrolyt kommt es bei einem von außen wirkenden elektrischen Feld zu Anhäufungen von Ladungsträgern an den Engstellen des Porenkanals. Die Trennung der Ionen erzeugt einen Konzentrationsgradienten, der nach dem Abschalten des äußeren elektrischen Feldes durch Diffusion abgebaut wird (Marshall und Madden, 1959).

Elektrodenpolarisation

Grenzt der elektrolytisch leitende Porenraum an einen elektronisch leitenden Bereich der Gesteinsmatrix, z. B. ein sulfidisches Partikel, so ändert sich während des Ladungstransports durch das Gestein der Leitungsmechanismus. Schön (1983) erläutert, dass ein unmittelbarer Ladungsübergang vom Porenfluid in den elektronisch leitenden Bereich bzw. umgekehrt nicht möglich ist. Die Ionen des Porenfluids können nicht in die Gitterstruktur des elektronischen Leiters eindringen und aus dem Leiter können keine Elektronen in das Porenfluid abgegeben werden. Damit ein Ladungsdurchtritt erfolgen kann, müssen die Ionen im Porenfluid Elektronen aus dem elektronischen Leiter aufnehmen bzw. an diesen abgeben. An der Grenzfläche der beiden Leitungsmechanismen bildet sich ein Ionenstau, der sich nach dem Abschalten des elektrischen Feldes wieder auflöst. Die bei der Elektrodenpolarisation ablaufenden elektrochemischen Vorgänge werden ausführlich bei Hamann und Vielstich (1981) behandelt. Es wird zwischen der Diffusion, dem Ladungsdurchtritt und der Reaktion an der Elektrode unterschieden. Nach Luo und Zhang (1998) können die beiden letztgenannten Vorgänge mit Hilfe des Debye-Modells beschrieben werden. Die Diffusionsüberspannung lässt sich durch eine Warburg-Impedanz charakterisieren. Auf beide Modelle wird im Abschnitt 2.1.4 näher eingegangen.

Elektromagnetische Kopplungseffekte

Marshall und Madden (1959) nennen drei Ursachen, die für das Auftreten elektrischer Polarisationserscheinungen relevant sind. Neben der Membran- und der Elektrodenpolarisation müssen elektromagnetische Kopplungseffekte beachtet werden, die bei IP-Messungen unerwünscht sind. Sie werden durch induktive bzw. kapazitive Wechselwirkungen zwischen den verwendeten Kabel untereinander oder zwischen den Kabeln und dem Boden hervorgerufen. Auch wenn elektromagnetische Kopplungseffekte bei Untersuchungen im Gelände eine weit größere Rolle spielen (Kretzschmar, 2001), ist ihr störender Einfluss

auch in Labordaten bei hohen Frequenzen (> 1000 Hz) erkennbar.

2.1.3 IP-Messverfahren

Verschiedene Ansätze eignen sich zur Durchführung von IP-Messungen. Direkt aus den Beobachtungen, die Schlumberger bei seinen geoelektrischen Untersuchungen mit Gleichstrom machte, kann die Messung des IP-Effektes im Zeitbereich abgeleitet werden. Ein alternatives, auf Wechselstromspeisung beruhendes Verfahren stellt die Frequenzbereichs-IP dar, aus der sich mit fortschreitender technischer Entwicklung die Spektrale Induzierte Polarisation entwickelte. Jede der drei Methoden liefert charakteristische Parameter, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden. Ebenso werden die Vor- und Nachteile der Verfahren dargestellt.

Zeitbereichs-IP

Abbildung 2.1 zeigt das typische Strom- und Spannungssignal einer IP-Messung im Zeitbereich. Es wird ein konstanter Strom $I(t) = I_0$ in den Untergrund eingespeist und das Spannungssignal $U(t)$ registriert. Bis zum Abschalten des Stromes zum Zeitpunkt $t = t_0$ ist das Spannungssignal $U(t < t_0) = U_0$ konstant. Durch den IP-Effekt geht das Spannungssignal nach dem Ende des Stromflusses nicht sofort auf Null zurück. Es fällt zunächst auf den Wert $U(t_0) = U_{IP}$ und klingt dann asymptotisch ab.

Bei der Beschreibung der Stärke des IP-Effektes sind zwei Parameter zu unterscheiden. Seigel (1959) definiert die Aufladbarkeit m als

$$m = \frac{U_{IP}}{U_0}. \quad (2.12)$$

Zonge et al. (1972) bezeichnen den Quotienten m als „theoretische Aufladbarkeit“. Auf diese Weise lässt sich der Parameter von der „scheinbaren Aufladbarkeit“

$$M = \frac{1}{U_0} \int_{t_1}^{t_2} U(t) dt, \quad (2.13)$$

mit $t_0 \leq t_1 \leq t_2$, abgrenzen. Während die theoretische Aufladbarkeit m eine dimensionslose Größe ist, wird für die scheinbare Aufladbarkeit M die Einheit s oder $\frac{\text{mV} \cdot \text{s}}{\text{V}}$ verwendet.

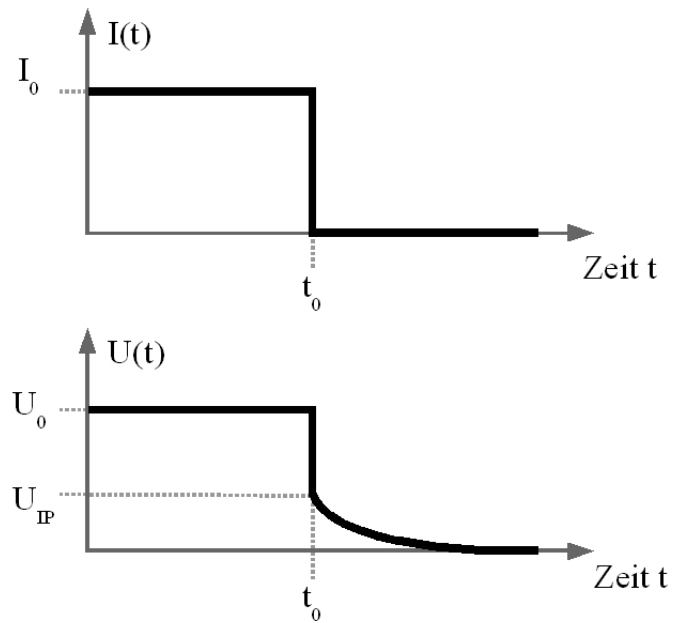


Abbildung 2.1: Typisches Strom- und Spannungssignal einer IP-Messung im Zeitbereich, modifiziert nach Bertin und Loeb (1976). Der Strom I_0 wird zum Zeitpunkt t_0 abgeschaltet. Die Spannung fällt von U_0 auf den Wert U_{IP} und klingt asymptotisch ab.

Frequenzbereichs-IP

Ein Nachteil von IP-Untersuchungen im Zeitbereich ist die Störanfälligkeit der Messung gegenüber elektromagnetischen Einflüssen. Eine bessere Signalqualität lässt sich mit Messungen im Frequenzbereich erzielen (Seigel et al., 2007). Statt des Gleichstroms wird ein sinusförmiger Wechselstrom bei zwei unterschiedlichen Frequenzen $f_1 < f_2$ eingesetzt. In der Praxis unterscheiden sich die Frequenzen etwa um den Faktor 10 (Militzer und Weber, 1985). Aus den Spannungsamplituden $U(f_1)$ und $U(f_2)$, die bei beiden Frequenzen gemessen werden, lässt sich der Frequenzeffekt FE auf folgende Weise berechnen:

$$FE = \frac{U(f_1) - U(f_2)}{U(f_2)}, \quad (2.14)$$

wobei für die Gültigkeit von Gleichung 2.14 ein konstanter Strom I_0 verlangt wird. Alternativ lässt sich der Frequenzeffekt unabhängig von der Stromstärke durch die spezifischen elektrischen Widerstände $\rho(f_1)$ und $\rho(f_2)$ ausdrücken:

$$FE = \frac{\rho(f_1) - \rho(f_2)}{\rho(f_2)}. \quad (2.15)$$

Da der Frequenzeffekt sehr kleine Werte liefert, wird häufig der Prozentuale Frequenzeffekt angegeben:

$$PFE = 100 \cdot FE. \quad (2.16)$$

Eine weitere Größe, die bei Messungen im Frequenzbereich häufig angegeben wird, ist der Metallfaktor MF . Marshall und Madden (1959) beschreiben, dass ein geringer Gleichstromwiderstand ρ_0 den Polarisierungseffekt schwächer ausfallen lässt, weil der polarisierende Bereich kurzgeschlossen wird. Ein hoher Gleichstromwiderstand verstärkt den Polarisierungseffekt. Mit dem Metallfaktor wird dieser Einfluss berücksichtigt:

$$MF = 2\pi \cdot 10^5 \cdot \frac{FE}{\rho_0}. \quad (2.17)$$

Spektrale Induzierte Polarisation

Für die Messungen im Frequenzbereich wird nur der Betrag des spezifischen elektrischen Widerstands genutzt (Gleichung 2.15). Die Phasenverschiebung (Gleichung 2.9) zwischen dem eingespeisten Strom- und dem gemessenen Spannungssignal bleibt unbeachtet. Bei der SIP wird der zusätzliche Informationsgehalt der Phasenverschiebung berücksichtigt. Untersucht wird üblicherweise ein Frequenzbereich zwischen 1 mHz und 1 kHz. Man beschränkt sich auf diesen Bereich von sechs Dekaden, weil bei größeren Frequenzen der Einfluss elektromagnetischer Kopplungseffekte zu stark wird und bei Frequenzen kleiner

1 mHz der Zeitbedarf der Messung zu groß wird. Die gemessenen Amplituden- und Phasenwinkelspektren werden, wie in Abbildung 2.2, in der Regel über der Frequenz in Form eines Bode-Diagramms dargestellt.

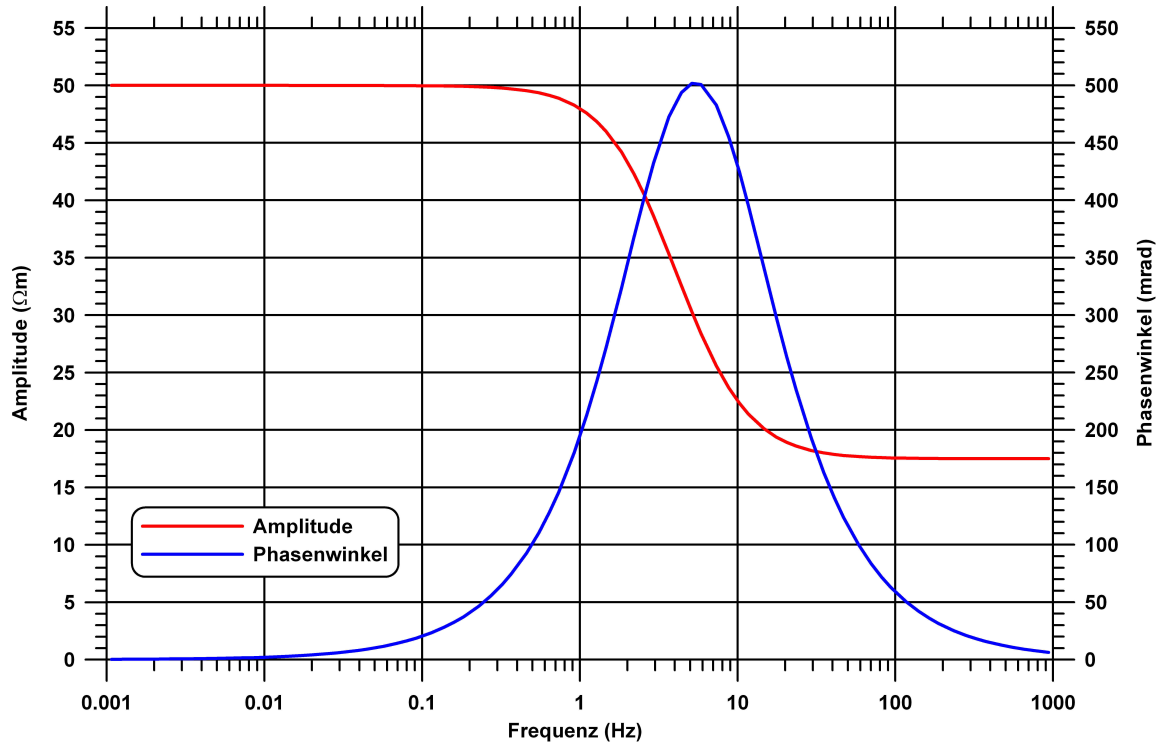


Abbildung 2.2: Bode-Diagramm für Spektren der Induzierten Polarisation. Es werden die Amplitude (in Ωm) und der Phasenwinkel (in mrad) des komplexen spezifischen Widerstands über der logarithmisch aufgetragenen Frequenz in Hz dargestellt. Bei Labormessungen der Spektralen Induzierten Polarisation wird üblicherweise ein Bereich zwischen 1 mHz und 1 kHz untersucht. Das Beispiel zeigt das synthetische Amplituden- und Phasenwinkelspektrum eines Debye-Modells.

2.1.4 Das Debye-Modell und die Modelle des Cole-Cole-Typs

Für die Auswertung von SIP-Messungen ist eine quantitative Beschreibung der Spektren unverzichtbar. Es gibt zahlreiche Modelle, die durch Anpassung an die gemessenen Daten einen Satz von Parametern bereitstellen, mit denen sich das jeweilige IP-Spektrum charakterisieren lässt. Ein einfaches Modell zur Beschreibung elektrischer Polarisationsphänomene wird in Abbildung 2.3 dargestellt. Es besteht aus einem Kondensator der Kapa-

zität C und einem parallelgeschalteten ohmschen Widerstand R_0 . Da der Kondensator als verlustbehaftet zu betrachten ist, wird der ohmsche Widerstand R_1 zur Kapazität C in Reihe geschaltet. Für die frequenzabhängige Impedanz $Z(\omega)$ dieser als Debye-Modell bezeichneten Schaltung gilt

$$\frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{R_1 + (i\omega C)^{-1}} + \frac{1}{R_0} \quad (2.18)$$

und damit

$$Z(\omega) = \frac{R_0 R_1 + R_0 \cdot (i\omega C)^{-1}}{R_0 + R_1 + (i\omega C)^{-1}}. \quad (2.19)$$

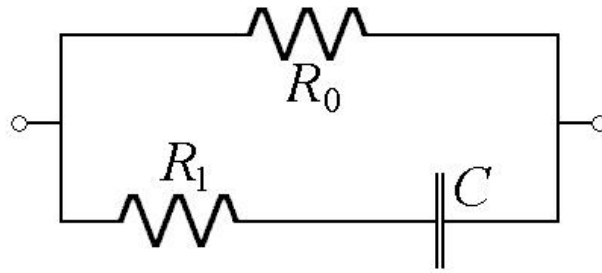


Abbildung 2.3: Ersatzschaltbild des Debye-Modells, bestehend aus der Parallelschaltung eines ohmschen Widerstands R_0 und eines verlustbehafteten Kondensators der Kapazität C mit ohmschem Widerstand R_1 . Nach Pelton et al. (1978), modifiziert für das Debye-Modell.

Für die Zeitbereichs-IP wird die Aufladbarkeit m in Gleichung 2.12 durch die Spannungswerte U_{IP} und U_0 definiert. Drückt man die Aufladbarkeit mit Hilfe der ohmschen Widerstände R_0 und R_1 des Debye-Modells aus, so ergibt sich nach Dias (2000):

$$m = \frac{R_0}{R_0 + R_1}. \quad (2.20)$$

Die Entladung eines verlustbehafteten Kondensators stellt einen exponentiellen Abklingvorgang dar, der durch die Relaxationszeit τ charakterisiert wird. τ lässt sich als Produkt aus dem ohmschen Widerstand und der Kapazität berechnen. Für die in Abbildung 2.3 dargestellte Schaltung gilt (Dias, 2000):

$$\tau = C \cdot (R_0 + R_1). \quad (2.21)$$

Mit den Gleichungen 2.19, 2.20 und 2.21 folgt für die frequenzabhängige Impedanz

$$Z(\omega) = R_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + i\omega\tau} \right) \right) \quad (2.22)$$

und für den komplexen spezifischen Widerstand des Debye-Modells

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + i\omega\tau} \right) \right), \quad (2.23)$$

wobei ρ_0 den spezifischen Gleichstromwiderstand bezeichnet. ρ_0 bildet gemeinsam mit m und τ einen Satz von Parametern, mit dem ein IP-Spektrum des Debye-Typs quantitativ beschrieben werden kann. Alle drei Größen besitzen eine eindeutige physikalische Bedeutung.

Oft lassen sich Modelle durch kleine Veränderungen oder durch die Festlegung einzelner Parameter ineinander überführen, so dass sie als Modell-Familie aufgefasst werden können. Die im Bereich der IP wohl bekannteste Familie bilden die Modelle des Cole-Cole-Typs, die ursprünglich für die Anpassung von Spektren der Dielektrizitätszahl entwickelt wurden. Pelton et al. (1978) zeigen, dass der Ansatz von Cole und Cole (1941) auf IP-Spektren übertragen werden kann. Abbildung 2.4 zeigt in doppeltlogarithmischer Auftragung Phasenwinkelspektren für mehrere Modelle der Cole-Cole-Familie mit den Parametern: $\rho_0 = 100 \Omega\text{m}$, $\tau = 0,8 \text{ s}$ und $m = 0,6$. Das Spektrum des Debye-Modells ist symmetrisch auf beiden Seiten des Phasenwinkelmaximums. Die Steigung der Asymptote an die Phasenwinkelkurve beträgt 1 bzw. -1 . In den meisten Fällen weichen die beobachteten Spektren von dieser idealen Modellvorstellung ab. Der von Cole und Cole (1941) eingeführte Exponent c ermöglicht etwas mehr Flexibilität bei der Anpassung:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right) \right). \quad (2.24)$$

Die Symmetrie der Phasenwinkelkurve bleibt beim ursprünglichen Cole-Cole-Modell gewahrt. Ihre Asymptotensteigung beträgt c bzw. $-c$. In Abbildung 2.4 ist ein besonderer Fall des Cole-Cole-Modells dargestellt, da aus diesem mit der Wahl von $c = 0,5$ das Warburg-Modell wird.

Ein anderer Ansatz, das Cole-Davidson-Modell (Davidson und Cole, 1951), liefert eine Asymptotensteigung von 1 auf der niederfrequenten Seite des Phasenwinkelmaximums und $-a$ auf der hochfrequenten Seite:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{(1 + i\omega\tau)^a} \right) \right). \quad (2.25)$$

Für das in Abbildung 2.4 dargestellte Cole-Davidson-Modell wurde $a = 0,5$ gewählt.

Eine Kombination der Ansätze 2.24 und 2.25 führt zur allgemeinen Cole-Davidson-Verteilung (*generalized Cole-Davidson distribution*) von Klein und Sill (1982), die auch als allgemeines Cole-Cole-Modell (Pelton et al., 1983) bekannt ist:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{(1 + (i\omega\tau)^c)^a} \right) \right). \quad (2.26)$$

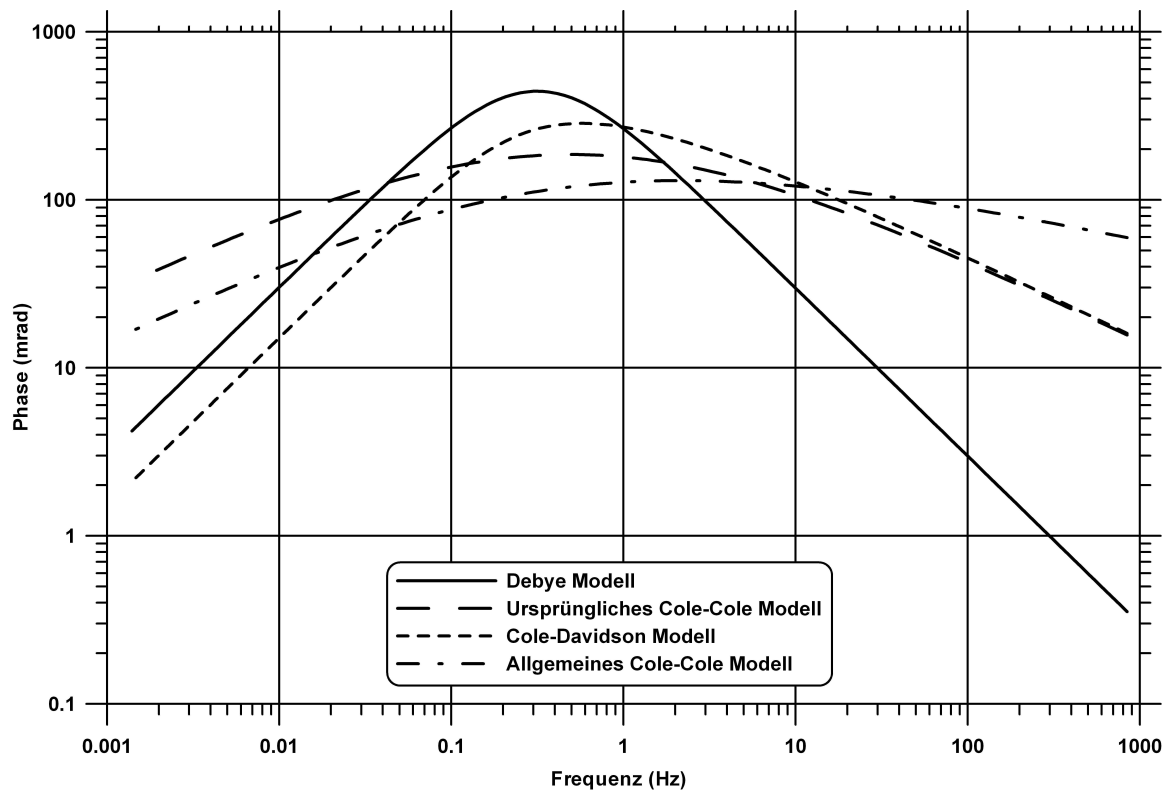


Abbildung 2.4: Doppeltlogarithmische Darstellung des Phasenwinkelspektrums verschiedener Modelle der Cole-Cole-Familie. Den Ausgangspunkt stellt das Debye-Modell dar, für das die Parameter $\rho_0 = 100 \Omega\text{m}$, $\tau = 0,8 \text{ s}$ und $m = 0,6$ gewählt wurden. Für das ursprüngliche Cole-Cole-Modell wurde der Exponent $c = 0,5$ gesetzt. Beim Cole-Davidson-Modell wurde für den Exponenten a ein Wert von $0,5$ gewählt. Im Fall des allgemeinen Cole-Cole-Modells gilt $a = c = 0,5$.

Das allgemeine Cole-Cole-Modell bietet mit unterschiedlich einstellbaren Steigungen (c und $-ac$) der Asymptoten beiderseits des Phasenwinkelmaximums die größte Flexibilität und kann deshalb in vielen Fällen erfolgreich die gemessenen Daten beschreiben. Tabelle 2.1 fasst die unterschiedlichen Steigungen der Asymptoten der Phasenwinkelkurve bei doppeltlogarithmischer Darstellung zusammen.

Wenn das untersuchte Spektrum nicht zufriedenstellend mit einem einzelnen Cole-Cole-Term beschrieben werden kann, führt die Kombination mehrerer Cole-Cole-Terme häufig zu einem akzeptablen Ergebnis (Pelton et al., 1978).

Tabelle 2.1: Asymptotensteigungen der Phasenwinkelkurven für die in Abbildung 2.4 dargestellten Modelle. f_{max} bezeichnet die Frequenz des Phasenwinkelmaximums (Pelton et al., 1983).

	Steigung der Asymptote der Phasenwinkelkurve für Frequenzen $< f_{max}$ für Frequenzen $> f_{max}$	
Debye-Modell	1	-1
Ursprüngliches Cole-Cole-Modell	c	$-c$
Cole-Davidson-Modell	1	$-a$
Allgemeines Cole-Cole-Modell	c	$-ac$

2.1.5 Das Drake-Modell (CPA-Modell)

Eine Gemeinsamkeit der in Abschnitt 2.1.4 beschriebenen Modelle ist, dass die Phasenwinkelspektren bei einer Frequenz f_{max} ein Maximum aufweisen. IP-Spektren mit einem konstanten Phasenwinkel im Bereich zwischen 0,01 Hz und 10 Hz wurden von van Voorhis et al. (1973) bei IP-Messungen über Kupferlagerstätten beobachtet. Zur Auswertung der Spektren stellen sie das Drake-Modell vor. Der komplexe spezifische Widerstand ρ wird durch

$$\rho(\omega) = a \cdot (i\omega + \omega_u)^{-b}, \quad (2.27)$$

ausgedrückt, wobei a und b empirische Größen sind. ω_u bezeichnet die untere Grenze des Bereichs mit konstantem Phasenwinkel. Für den Exponenten b werden Werte zwischen 0,001 und 0,09 angegeben. Neben der Beziehung des Exponenten b zum prozentualen Frequenzeffekt PFE untersuchen van Voorhis et al. (1973) das Verhältnis zwischen b und der Aufladbarkeit m . Beschränkt auf $b < 0,1$ finden sie eine lineare Beziehung zwischen b und m . Der Phasenwinkel φ wird für Frequenzen oberhalb von $f_u = \frac{\omega_u}{2\pi}$ durch

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \cdot b \quad (2.28)$$

beschrieben. Das Drake-Modell wird wegen des konstanten Phasenwinkels häufig als CPA-Modell (*CPA: constant phase angle*) bezeichnet.

2.2 Die Kernspinresonanz

Das Fundament des vielseitig einsetzbaren Verfahrens der NMR wurde durch Untersuchungen von Bloch (1946) und Purcell et al. (1946) gelegt. Eine der heute bekanntesten Anwendungen ist in Form der NMR-Tomographie in der Medizin zu finden. In der Chemie spielt die NMR-Spektroskopie eine Rolle bei der Frage nach der Struktur von Molekülen (Canet, 1994). Die Anwendung der Kernspinresonanz in der Geophysik hat Aussagen über den Porenraum eines Gesteins zum Ziel. Da die Füllung des Porenraums in der Regel Fluide mit einem hohen Anteil an Wasserstoffatomen enthält, beschränken sich die Betrachtungen zur Kernspinresonanz in der Geophysik auf den NMR-Effekt, der an Wasserstoffkernen (Protonen) beobachtet werden kann. Die Beschreibung der Grundlagen dieses Verfahrens orientiert sich in diesem Kapitel im Wesentlichen an dem Lehrbuch von Dunn et al. (2002).

2.2.1 Protonen im Magnetfeld

Zur Beschreibung des Verhaltens von Atomkernen im Magnetfeld wird üblicherweise das Beispiel eines rotierenden Kreisels im Schwerfeld herangezogen. Auf Grund der Rotation um seine eigene Achse besitzt der Kreisel einen Drehimpuls. Wenn die Rotationsachse nicht mit der Richtung der Schwerkraft zusammenfällt wird ein Drehmoment erzeugt, das zu einer Präzessionsbewegung der Rotationsachse um die Richtung der Schwerkraft führt.

Analog zum rotierenden Kreisel verfügt auch ein Atomkern über einen Eigendrehimpuls. Wirkt auf den Kern ein statisches Magnetfeld, so reagiert seine Rotationsachse darauf mit einer Präzessionsbewegung um die Richtung des Magnetfeldes. Der Eigendrehimpuls des Atomkerns ist gequantelt, d. h. es sind nur diskrete Drehimpulse möglich. Im Fall der Protonen beschränkt sich die Anzahl dieser als Spin bezeichneten Drehimpulse auf zwei. Zu jedem Spin gehört ein magnetisches Dipolmoment μ , das über das gyromagnetische Verhältnis γ mit dem Spin verknüpft ist. γ ist charakteristisch für den jeweiligen Atomkern.

Die Frequenz, mit der die Rotationsachse um die Richtung des Magnetfeldes präzediert, wird als Larmorfrequenz ω_L bezeichnet und ist das Produkt aus dem gyromagnetischen Verhältnis γ und dem Betrag H_0 der Stärke des externen Magnetfeldes:

$$\omega_L = \gamma H_0 = \frac{\gamma B_0}{\mu_0(1 + \kappa)} \quad (2.29)$$

mit B_0 als Betrag der magnetischen Flussdichte, κ als magnetischer Suszeptibilität und mit $\mu_0 = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ als magnetischer Feldkonstante. Ein Proton präzediert in einem Magnetfeld von $B_0 = 1 \text{ T}$ mit der Larmorfrequenz $\omega_L = 42,6 \text{ MHz}$.

Ohne Beeinflussung von außen sind die magnetischen Dipolmomente der Protonen in einem Stoff statistisch verteilt. Erst wenn ein externes Magnetfeld wirkt, orientieren sie sich entsprechend ihrer beiden möglichen Zustände entweder parallel oder anti-parallel zur Richtung des Magnetfeldes. Dabei überwiegt die Anzahl der Protonen, die sich parallel zum Magnetfeld orientieren, in geringem Maße. Die aus der Überlagerung aller auftretenden Dipolmomente resultierende Magnetisierung \mathbf{M}_0 präzediert um die Richtung des externen Magnetfeldes.

2.2.2 Die Relaxationszeiten

Die longitudinale Relaxationszeit T_1

Nach dem Einschalten des externen Magnetfeldes erreicht die Magnetisierung M_z in Richtung des Feldes nicht sofort ihren Gleichgewichtszustand mit dem Betrag $M_{0,z}$, sondern nimmt kontinuierlich zu. Die zeitliche Entwicklung $M_z(t)$ der Magnetisierung lässt sich durch eine Exponentialfunktion der Form

$$M_z(t) = M_{0,z} \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{T_1}\right)\right) \quad (2.30)$$

beschreiben. T_1 ist die Zeit, die benötigt wird bis die Magnetisierung $M_z(t)$ circa 63 Prozent des Maximalwertes erreicht hat.

Die Ausrichtung der Momente kann nicht für jedes Proton isoliert betrachtet werden, sondern beruht auf einer Wechselwirkung zwischen dem Spin eines Protons und seiner Umgebung. Sind die Protonen nur schwach mit ihrer Umgebung gekoppelt, schlägt sich dies in einer großen T_1 -Zeit nieder, da der Gleichgewichtszustand nur langsam erreicht wird. Herrscht dagegen eine starke Kopplung zwischen den Protonen und ihrer Umgebung, so wird die T_1 -Zeit kürzer und der Gleichgewichtszustand entsprechend schneller erreicht. Da die T_1 -Zeit die Kopplung zwischen den Protonen und ihrer als Gitter bezeichneten Umgebung berücksichtigt, wird die T_1 -Zeit auch als Spin-Gitter-Relaxation bezeichnet.

Die Erläuterungen zur longitudinalen Relaxationszeit stellen eine Vereinfachung des tatsächlichen Versuchsablaufs dar, der u. a. bei Canet (1994) beschrieben wird. Um die magnetischen Momente bei einem vorhandenen statischen Magnetfeld in einen Zustand zu versetzen, der dem Zustand vor dem Einschalten des Feldes vergleichbar ist, wird ein elektromagnetisches Feld mit der Larmorfrequenz senkrecht zum statischen Magnetfeld eingestrahlt. Die Magnetisierung kann durch Wahl der entsprechenden Stärke und Dauer des eingestrahlten Feldes in die Ebene senkrecht zum externen Magnetfeld gekippt werden. Man spricht in diesem Fall von einem 90° -Puls. Die Magnetisierung präzediert in

dieser Ebene mit der Larmorfrequenz um die Richtung des statischen Magnetfeldes. Die Skizze in Abbildung 2.5 zeigt das magnetische Moment (μ) in der Ausgangssituation unter dem Einfluss eines statischen Magnetfeldes und nach der Einstrahlung eines elektromagnetischen Feldes (μ'). Die Präzessionsbewegung der Magnetisierung in der transversalen Ebene erzeugt dort ein messbares elektromagnetisches Signal.

Free Induction Decay T_2^*

Die in die transversale Ebene ausgelenkte Magnetisierung kehrt nach dem Abschalten des elektromagnetischen Feldes auf die in Gleichung 2.30 beschriebene Weise in die longitudinale Richtung zurück. In der transversalen Ebene wird die messbare Magnetisierung deshalb schwächer. Beide Prozesse müssten demnach mit der gleichen Relaxationszeit ablaufen. Dies gilt jedoch nur für Fälle, in denen sich die Atomkerne frei bewegen können. Verschiedene Effekte tragen dazu bei, dass die Abnahme der Magnetisierung in der transversalen Ebene schneller abläuft als sie mit der Rückorientierung der magnetischen Momente begründet werden kann. Einen bedeutenden Anteil daran hat die Dephasierung der magnetischen Momente durch in der Regel vorhandene Inhomogenitäten des statischen Magnetfeldes. Die einzelnen magnetischen Dipolmomente präzedieren mit unterschiedlichen Larmorfrequenzen und sind nicht miteinander in Phase. Die Unterschiede zwischen den Präzessionsbewegungen der magnetischen Dipolmomente nehmen mit der Zeit zu und das in der transversalen Ebene registrierte Signal wird exponentiell schwächer. Der Abklingvorgang wird als *free induction decay* (FID) bezeichnet. Die zugehörige Relaxationszeit ist T_2^* .

Die transversale Relaxationszeit T_2

Angenommen es wäre möglich, die Messungen an einer Probe in einem vollkommen homogenen statischen Magnetfeld durchzuführen. Die Beobachtung in der transversalen Ebene, zum Beispiel in Richtung der x-Achse, zeigt dann, dass die Magnetisierung $M_x(t)$ nach dem 90°-Puls exponentiell abnimmt:

$$M_x(t) = M_{0,x} \cdot \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right), \quad (2.31)$$

mit $M_{0,x}$ als Magnetisierung in Richtung der x-Achse zum Ende des 90°-Pulses und T_2 als transversale Relaxationszeit.

Obwohl die Dephasierung durch ein inhomogenes statisches Magnetfeld in diesem Fall ausgeschlossen wird, stimmen die T_1 - und die T_2 -Zeit nicht überein. Die longitudinale

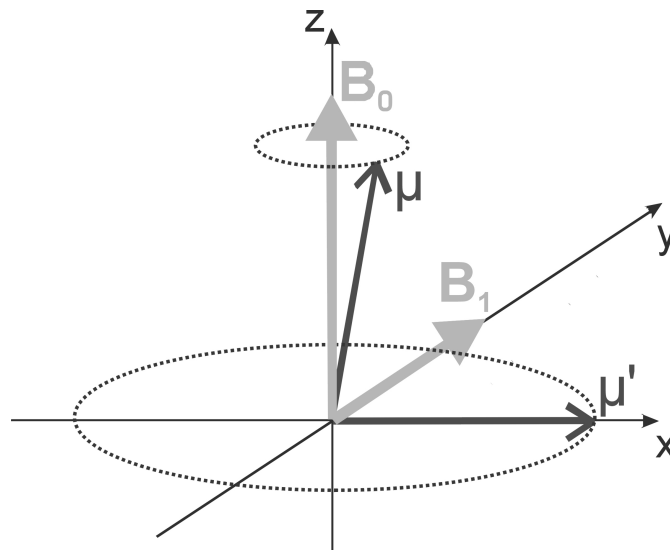


Abbildung 2.5: Das magnetische Moment μ eines Protons präzediert im statischen Magnetfeld \mathbf{B}_0 um die longitudinale Richtung. Nach dem Einstrahlen eines elektromagnetischen Feldes (hier die Magnetfeldkomponente \mathbf{B}_1) kippt das magnetische Moment μ' in die x-y-Ebene und präzediert in der transversalen Ebene weiter um \mathbf{B}_0 .

Relaxationszeit ist in der Regel größer als die transversale Relaxationszeit. Ursache für die beiden unterschiedlichen Zeiten sind Kopplungseffekte, die sich zwischen den Spins benachbarter Kerne abspielen. Man bezeichnet die T_2 -Zeit deshalb auch als Spin-Spin-Relaxation. Im Unterschied zur Spin-Gitter-Relaxation, die von der Spin-Kopplung zwischen den Protonen und den Atomkernen der festen Substanz beeinflusst wird, ist bei der Spin-Spin-Relaxation die Wechselwirkung der magnetischen Momente der Protonen untereinander von Bedeutung.

Messung der Relaxationszeiten

Die Messung des Präzessionssignals erfolgt stets in der zum statischen Magnetfeld senkrechten Ebene. Es gibt verschiedene, auf unterschiedlichen Pulsfolgen beruhende Verfahren, die zur Bestimmung der longitudinalen und transversalen Relaxationszeit eingesetzt werden.

Für die Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit aus dem in der transversalen Ebene gemessenen Signal wird die Methode der *inversion recovery* genutzt. Die entlang des statischen Magnetfelds ausgerichteten Spins werden mit Hilfe eines 180° -Pulses in die

entgegengesetzte Richtung orientiert. Nach einer gewissen Zeit kippen die Spins zurück in ihre ursprüngliche Lage. Der zeitliche Verlauf der Magnetisierung in longitudinaler Richtung während dieses Experiments kann mit

$$M_z(t) = M_{0,z} \cdot \left(1 - 2 \cdot \exp\left(\frac{-t}{T_1}\right) \right) \quad (2.32)$$

beschrieben werden. Da das Magnetisierungssignal nur in transversaler Richtung erfasst werden kann, müssen die Dipolmomente nach einer frei wählbaren Zeit, der *recovery time*, mit einem 90°-Lsepuls in die transversale Ebene gekippt werden.

Die bekannteste Pulssequenz zur Bestimmung der T_2 -Relaxationszeit ist vermutlich die von Carr und Purcell (1954) entwickelte und durch Meiboom und Gill (1958) modifizierte CPMG-Sequenz. Sie ermöglicht es, den störenden Einfluss eines inhomogenen statischen Magnetfeldes vernachlässigbar zu halten. Nach dem 90°-Puls, der die magnetischen Dipolmomente aus der Orientierung entlang des statischen Magnetfeldes in die transversale Messebene kippt, dephasieren die Dipolmomente und das registrierte Signal nimmt ab. Mit einem 180°-Puls wird die Präzessionsrichtung der Dipolmomente umgekehrt. Diejenigen, die mit einer geringeren Larmorfrequenz präzedieren liegen nun vor denen, die eine höhere Larmorfrequenz besitzen und werden von ihnen eingeholt. Durch die Richtungsänderung sammeln sich die Dipolmomente. Im Maximum ist das gemessene Signal nur um den Teil geringer, der durch Spin-Spin-Kopplung abgegeben wurde. Nachdem das maximale Signal erreicht wurde, laufen die Dipolmomente aufgrund ihrer unterschiedlichen Larmorfrequenzen erneut auseinander. Ein weiterer 180°-Puls kehrt ihre Richtung nochmals um und erzeugt wieder ein messbares Signal. Wird dieser Vorgang mehrfach wiederholt, kann das durch Spin-Spin-Kopplung verursachte Abklingen der transversalen Magnetisierung beobachtet werden. Nimmt man jeweils die Maxima des gemessenen Signals als Datenpunkt, so ergibt sich eine Abklingkurve der Form

$$M_x(t) = M_{0,x} \cdot \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right). \quad (2.33)$$

In Abbildung 2.6 ist der Ablauf der CPMG-Sequenz skizziert.

2.2.3 Bezug zu anderen Parametern

Straley et al. (1994) zeigen, dass sich die Porosität ϕ eines Gesteins mit Hilfe der maximalen transversalen Magnetisierung $M_{0,x}$ abschätzen lässt. Bei einer CPMG-Messung liegen alle magnetischen Dipolmomente zum Zeitpunkt $t = 0$ in der zum statischen Magnetfeld senkrechten Ebene. Die Magnetisierung $M_{0,x}$ ist zu diesem Zeitpunkt maximal und proportional zur Population der Protonen im Porenraum und damit auch proportional zur Porosität.

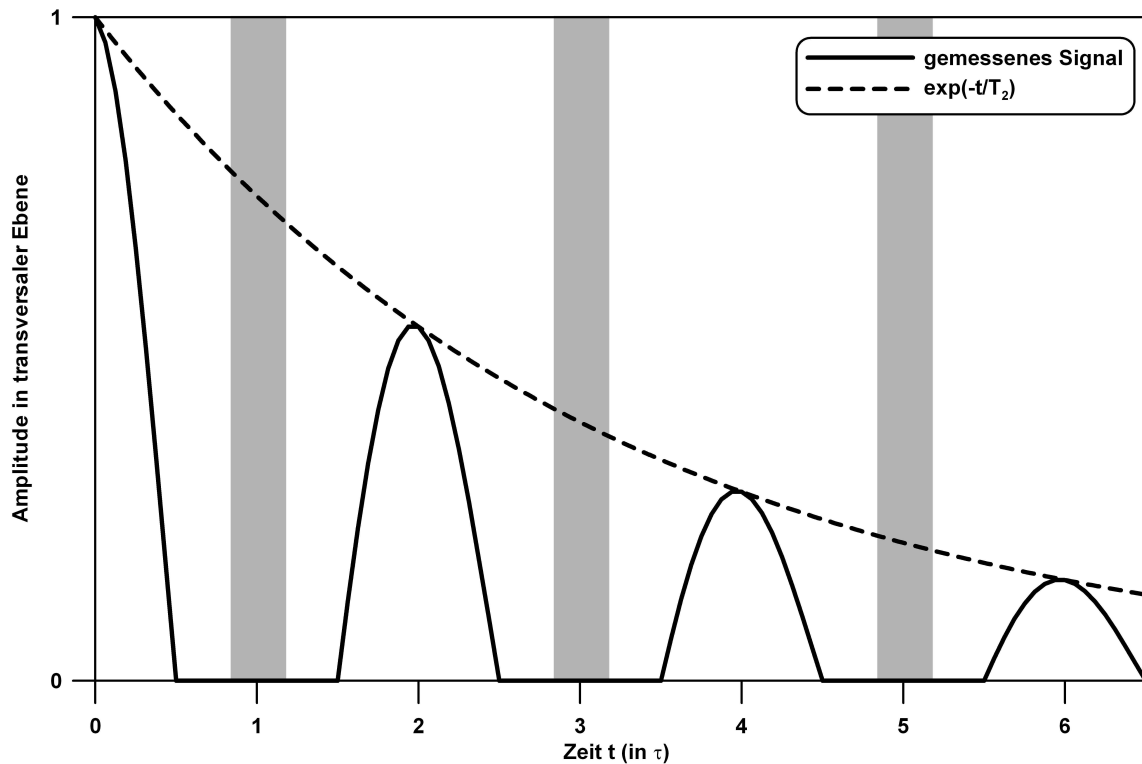


Abbildung 2.6: Skizze zur CPMG-Sequenz, nach Dunn et al. (2002). Die grauen Flächen markieren die Einstrahlung eines 180° -Pulses. Das Signal (durchgezogene Kurve) erreicht sein Maximum bei jedem zweiten Vielfachen von τ . Der Maximalwert des Signals nimmt exponentiell ab (gestrichelte Kurve).

Kenyon (1992) beschreibt ein einfaches Experiment, das den Einfluss des Porenraums auf die mittels NMR bestimmten Relaxationszeiten verdeutlicht. Die Magnetisierungskurven von zwei Proben, einer wassergefüllten Teströhre und eines wassergesättigten Sandsteins, werden aufgezeichnet. Die Magnetisierungskurve der Sandsteinprobe erreicht nach deutlich kürzerer Zeit den Gleichgewichtszustand als die Magnetisierungskurve der wassergefüllten Röhre. In beiden Probekörpern befindet sich das gleiche Wasser. Auch nach den NMR-Messungen zeigt sich kein Unterschied in der chemischen Zusammensetzung des Fluids. Die verkürzte Relaxation der Sandsteinprobe lässt sich durch den Einfluss der Grenzfläche zwischen dem Wasser im Porenraum und den Kornoberflächen der Gesteinsmatrix erklären. Protonen in der Nähe der Grenzfläche relaxieren schneller als Protonen im Porenraum. Durch Diffusion der Wassermoleküle werden aus dem Porenraum immer wieder unrelaxierte Protonen zur Kornoberfläche nachgeliefert, während sich die relaxierten Protonen davon entfernen. Durch diesen Mechanismus läuft der Relaxationsprozess in der Sandsteinprobe schneller ab als in der wassergefüllten Teströhre.

Die Bedingungen, unter denen der Relaxationsprozess stattfindet, werden nach Brownstein und Tarr (1979) bezüglich der Diffusionsgeschwindigkeit in drei Kategorien unterschieden. Erfolgt die Diffusion noch nicht relaxierter Protonen zur Kornoberfläche deutlich schneller als die Relaxation, so handelt es sich um ein *fast diffusion regime*. Es gilt:

$$\frac{\xi a}{D} \ll 1, \quad (2.34)$$

wobei D die Diffusionskonstante des Wassers, a eine charakteristische Größe des Porensystems und ξ die Oberflächenrelaxivität bezeichnet. Letztere beschreibt die Relaxationsfähigkeit der Oberfläche des Porenraums bezüglich der Magnetisierung der Protonen. Dunn et al. (2002) zeigen, dass diese Bedingung bei typischen Sandsteinen erfüllt ist. Wenn

$$10 \ll \frac{\xi a}{D} \quad (2.35)$$

gilt, liegt ein *slow diffusion regime* vor. Zwischen beiden Extremen befindet sich das *intermediate diffusion regime*.

Der Zusammenhang zwischen den Porenraumeigenschaften und den NMR-Relaxationszeiten im *fast diffusion regime* wird unter anderem bei Coates et al. (1999) beschrieben:

$$T_1^{-1} = \xi_1 \cdot S_{por}, \quad (2.36)$$

$$T_2^{-1} = \xi_2 \cdot S_{por}, \quad (2.37)$$

wobei S_{por} die auf das Porenvolumen bezogene innere Oberfläche repräsentiert. Sie ist eine Größe, die in Relation zum Porenradius r steht. Betrachtet man als einfaches Beispiel ein Bündel zylindrischer Röhren, so beträgt die innere Oberfläche nach Schopper (1982b):

$$S_{por} = \frac{2}{r}. \quad (2.38)$$

Da sich die Größe der Poren in einer Probe über einen gewissen Bereich erstreckt und unterschiedliche Porengrößen den Relaxationsvorgang beeinflussen, muss die an der Gesteinsprobe gemessene Magnetisierung als Überlagerung diverser Relaxationsprozesse aufgefasst werden:

$$M_x(t) = \sum_k M_{0,x,k} \cdot \exp\left(\frac{-t}{T_{2,k}}\right). \quad (2.39)$$

Die im Vergleich zur Wasserprobe veränderte Magnetisierungskurve der Sandsteinprobe ist mit Gleichung 2.39 als Überlagerung mehrerer Relaxationsprozesse zu verstehen, die in Poren unterschiedlicher Größe ablaufen. Löst man Gleichung 2.39 numerisch, so erhält man die Verteilung der T_2 -Zeiten. Mit den Gleichungen 2.37 und 2.38 lässt sich ein Bezug zu den Porenradien herstellen.

Kapitel 2 Grundlagen

Zur Abschätzung der Permeabilität K aus der transversalen Relaxationszeit T_2 schlagen Straley et al. (1994) die Gleichung

$$K = CT_{2ML}^2 \phi^4 \quad (2.40)$$

vor, wobei C eine Konstante ist und ϕ die Porosität bezeichnet. Da die NMR-Untersuchung eine Verteilung von transversalen Relaxationszeiten liefert, wird in Gleichung 2.40 der logarithmische Mittelwert dieser Verteilung verwendet und durch den Index ML gekennzeichnet.

Kapitel 3

Auswertung von IP-Daten

Die Anpassung von empirischen Modellen, wie sie in Abschnitt 2.1.4 beschrieben werden, an gemessene IP-Spektren ist eine Methode, um charakteristische Parameter aus den IP-Daten im Frequenzbereich zu erhalten. Der Bezug dieser Parameter zu den petrophysikalischen Eigenschaften der untersuchten Proben ist nicht immer erkennbar (Dias, 2000). In diesem Kapitel werden zwei Verfahren vorgestellt, die zum Ziel haben, eine Verteilung der Relaxationszeiten aus IP-Spektren abzuleiten. Die erste Methode geht auf einen Ansatz von Tong et al. (2006) zurück und erfordert eine vorherige Transformation des IP-Spektrums in den Zeitbereich durch Anwendung digitaler linearer Filter (Abschnitt 3.1). Alternativ wird ein direkter Weg vom IP-Spektrum zu einer Relaxationszeitverteilung im Abschnitt 3.2 vorgestellt. Anhand synthetischer Datensätze werden in Abschnitt 3.3 die Filterverfahren und die direkte Lösung getestet.

Tong et al. (2006) beschreiben eine Methode, mit der sich Gesteinseigenschaften aus Messungen der IP im Zeitbereich ableiten lassen. Ihr Ansatz besteht darin, die gemessenen Abklingkurven als Überlagerung exponentieller Abklingvorgänge zu betrachten. Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung kann so eine Relaxationszeitverteilung gewonnen werden, die Tong et al. (2006) erfolgreich mit Kapillardruckkurven und Porengrößenverteilungen korrelieren. Durch Berechnung der mittleren Relaxationszeit kann aus der Relaxationszeitverteilung auf die Permeabilität der untersuchten Sandsteine geschlossen werden. Es zeigt sich, dass die Zeitbereichs-IP einen engen Bezug zu anderen petrophysikalischen Parametern besitzt. Einen Nachteil dieser Methode stellt ihre Störanfälligkeit dar. Mit Untersuchungen im Frequenzbereich kann eine bessere Signalqualität erreicht werden als mit der Zeitbereichs-IP (Seigel et al., 2007). Die SIP ermöglicht dabei, ein mehrere Dekaden umfassendes Frequenzspektrum abzudecken. Um sowohl eine gute Signalqualität bei der Messung als auch einen engen Bezug zu den Gesteinseigenschaften bei der Auswertung zu haben, ist es naheliegend, die gemessenen IP-Spektren vom Frequenz- in den Zeitbereich zu transformieren.

3.1 Transformation vom Frequenz- in den Zeitbereich

Um Funktionen aus dem Frequenzbereich in den Zeitbereich zu überführen wird die inverse Laplace-Transformation \mathcal{L}^{-1} verwendet:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c_0-i\infty}^{c_0+i\infty} F(s)e^{st}ds, \quad (3.1)$$

wobei $f(t)$ die Funktion im Zeitbereich und $F(s)$ die Bildfunktion mit der komplexen Variablen $s = c + i\omega$ bezeichnet. Eine ausführlichere Betrachtung der inversen Laplace-Transformation ist unter anderem bei Weber (2007) zu finden. Exemplarisch ergibt sich für das Debye-Modell im Zeitbereich mit der inversen Laplace-Transformation eine Exponentialfunktion.

Liegt ein Spektrum in Form diskreter Messwerte vor, so lässt es sich durch den Einsatz digitaler linearer Filter in den Zeitbereich übertragen. Das Prinzip des digitalen linearen Filters, speziell bei der Anwendung auf Daten von geoelektrischen Widerstandssondierungen, wurde von Koefoed (1979) beschrieben. Bezogen auf die IP-Spektren müssen in konstantem Abstand auf der Abszissenachse Messwerte im Frequenzbereich vorliegen. Die Messwerte werden mit einer sinc-Funktion, d. h. mit einer Funktion der Form

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad (3.2)$$

multipliziert. Die gesuchte Funktion im Zeitbereich kann als Linearkombination dieser Produkte geschrieben werden. Die Koeffizienten des Ausdrucks sind die Filterkoeffizienten. Im Folgenden werden zwei Filter präsentiert, die für die Transformation von IP-Daten aus dem Frequenz- in den Zeitbereich entwickelt wurden.

3.1.1 Der Filter von Guptasarma

Guptasarma (1982) stellt einen digitalen linearen Filter zur Berechnung der Zeitbereichsantwort $V(t)$ vor, der speziell für die Anwendung auf komplexe Impedanzfunktionen konzipiert wurde. Der Filter wertet ausschließlich den Realteil der Impedanz aus. Für 21 vorgegebene Abszissenwerten a_k werden die entsprechenden Kreisfrequenzen ω_k nach

$$\omega_k = \frac{10^{a_k}}{t} \quad (3.3)$$

berechnet. Der zu den jeweiligen Frequenzen gehörende Realteil $\Re(Z(\omega_k))$ der Impedanz wird mit den Filterkoeffizienten g_k multipliziert und aufsummiert:

$$V(t) = \sum_{k=1}^{21} g_k \cdot \Re(Z(\omega_k)). \quad (3.4)$$

Die während der Messung untersuchten Frequenzen stimmen nicht immer mit den sich aus Gleichung 3.3 ergebenden Frequenzen überein. Deshalb ist es notwendig, vor der Anwendung des Filters zwischen den Messwerten zu interpolieren. Der vom Filter benötigte Frequenzbereich ist zudem breiter als das untersuchte Band, wodurch eine Extrapolation zu kleineren und größeren Frequenzen hin nötig wird.

3.1.2 Der Filter von Weidelt

Ein ähnlicher Aufbau wie bei dem Filter von Guptasarma (1982) liegt auch dem Ansatz von Weidelt (1985) zu Grunde. Bei diesem Filter werden 80 Frequenzen ω_k und Filterkoeffizienten g_k verwendet. Die Zeitbereichsantwort wird wie folgt berechnet:

$$V(t) = R_0 + \sqrt{\frac{2}{\pi t}} \sum_{k=1}^{80} g_k \cdot \frac{\Re(Z(\omega_k))}{\sqrt{\omega_k}}, \quad (3.5)$$

wobei R_0 der Gleichstromwiderstand ist. Auch bei der Anwendung des Filters von Weidelt wird nur der Realteil der Impedanz berücksichtigt. Der Ansatz erfordert ebenfalls die Interpolation zwischen den gemessenen Datenpunkten sowie die Extrapolation über die Grenzen des untersuchten Frequenzbandes hinaus.

Die Notwendigkeit der Inter- und Extrapolation von Messwerten ist ein Nachteil beider Ansätze. Es werden Daten genutzt, die nicht das Ergebnis einer Messung sind, sondern einer Abschätzung entstammen. In Abschnitt 3.3.5 werden beide Filter auf einen synthetischen Datensatz angewendet und die mit dem Filterverfahren verbundenen Schwierigkeiten diskutiert.

3.2 Debye-Zerlegung

In Anbetracht der Probleme, die die Filterverfahren mit sich bringen, stellt sich die Frage nach alternativen Möglichkeiten zur Bestimmung einer Relaxationszeitverteilung aus den Frequenzbereichsdaten. Eine Methode, um aus den IP-Spektren im Frequenzbereich direkt auf eine Verteilung von Relaxationszeiten zu schließen, wird im Folgenden vorgestellt.

Polarisationseffekte in natürlichem Material sind in der Regel auf mehrere, sich überlagernde Vorgänge zurückzuführen. Die Abklingkurve eines Spannungssignals $U(t)$ im Zeitbereich lässt sich als eine Summe von n Exponentialausdrücken beschreiben, bei der jeder Term für einen Abklingprozess mit charakteristischer Relaxationszeit τ_k steht (Keller,

1959; Schön, 1983):

$$U(t) = U_0 \sum_{k=1}^n A_k \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right). \quad (3.6)$$

t bezeichnet die Zeit, U_0 ist die Ausgangsspannung und A_k stellt eine Gewichtung des jeweiligen Ausdrucks dar. Die Laplace-Transformation einer Exponentialfunktion zeigt, dass sich ein solcher Abklingvorgang im Frequenzbereich durch ein Debye-Modell beschreiben lässt. Die Zerlegung eines gemessenen IP-Spektrums in eine Überlagerung mehrerer Debye-Modelle ist ein Analogon zu dem in Gleichung 3.6 definierten Ansatz für den Zeitbereich. In der vorliegenden Arbeit wird das aus dem Amplituden- und dem Phasenwinkelspektrum resultierende Spektrum des komplexen spezifischen elektrischen Widerstands als Überlagerung aus n Debye-Spektren aufgefasst. Jedes Debye-Spektrum wird durch eine spezifische Aufladbarkeit m_k und eine Relaxationszeit τ_k charakterisiert. Das Spektrum des komplexen spezifischen elektrischen Widerstands $\rho(\omega)$ setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left(1 - \sum_{k=1}^n m_k \left(1 - \frac{1}{1 + i\omega\tau_k} \right) \right). \quad (3.7)$$

3.2.1 Aufstellen des Gleichungssystems

Aus dem in Gleichung 3.7 beschriebenen Modell ergeben sich n Paare von Relaxationszeiten τ_k und Aufladbarkeiten m_k sowie der spezifische Gleichstromwiderstand ρ_0 als Parameter. Letzterer wird durch die Extrapolation der Amplitude $|\rho(\omega)|$ des komplexen spezifischen Widerstands für Frequenzen $f \rightarrow 0$ approximiert:

$$\tilde{\rho}_0 = 2 \cdot |\rho(f_1)| - |\rho(f_2)|, \quad (3.8)$$

wobei f_1 die kleinste und f_2 die zweitkleinste gemessene Frequenz bezeichnet. Für hohe Frequenzen wird ein Widerstand ρ_∞ ebenfalls durch Extrapolation abgeschätzt:

$$\tilde{\rho}_\infty = 2 \cdot |\rho(f_p)| - |\rho(f_{p-1})|, \quad (3.9)$$

mit f_p als größter und f_{p-1} als zweitgrößter Frequenz.

Aus den Asymptoten der Widerstandsamplitude für niedrige und hohe Frequenzen kann mit

$$\tilde{m} = \frac{\tilde{\rho}_0 - \tilde{\rho}_\infty}{\tilde{\rho}_0} \quad (3.10)$$

ein vorläufiger Wert \tilde{m} für die Gesamtaufladbarkeit $m_S = \sum_{k=1}^n m_k$ ermittelt werden. Die in den Gleichungen 3.8 und 3.10 näherungsweise bestimmten Werte für den Gleichstromwiderstand und die Gesamtaufladbarkeit dienen als Parameter für das Startmodell in Abschnitt 3.2.3. Eine genauere Berechnung dieser Größen folgt später.

Zur Vereinfachung von Gleichung 3.7 wird der normierte spezifische Widerstand eingeführt:

$$\hat{\rho}(\omega) = \frac{\tilde{\rho}_0 - \rho(\omega)}{\tilde{\rho}_0}. \quad (3.11)$$

Damit folgt:

$$\hat{\rho}(\omega) = \sum_{k=1}^n m_k \left(1 - \frac{1}{1 + i\omega\tau_k} \right). \quad (3.12)$$

Spaltet man den normierten spezifischen Widerstand in den Real- und den Imaginärteil auf, so erhält man die Gleichungen:

$$\Re(\hat{\rho}(\omega)) = \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\omega\tau_k)^2 \cdot (1 + (\omega\tau_k)^2)^{-1}, \quad (3.13a)$$

$$\Im(\hat{\rho}(\omega)) = \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\omega\tau_k) \cdot (1 + (\omega\tau_k)^2)^{-1}. \quad (3.13b)$$

Vorausgesetzt die Werte des normierten spezifischen Widerstands sind bei p diskreten Frequenzen ω_r bekannt, ergibt eine Kombination aus den Gleichungen 3.13a und 3.13b das folgende lineare Gleichungssystem (LGS), das sich aus $2p$ Gleichungen und n zu bestimmenden Parametern m_k zusammensetzt:

$$\begin{pmatrix} \frac{(\omega_1\tau_1)^2}{1+(\omega_1\tau_1)^2} & \cdots & \frac{(\omega_1\tau_n)^2}{1+(\omega_1\tau_n)^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{(\omega_p\tau_1)^2}{1+(\omega_p\tau_1)^2} & \cdots & \frac{(\omega_p\tau_n)^2}{1+(\omega_p\tau_n)^2} \\ \frac{\omega_1\tau_1}{1+(\omega_1\tau_1)^2} & \cdots & \frac{\omega_1\tau_n}{1+(\omega_1\tau_n)^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\omega_p\tau_1}{1+(\omega_p\tau_1)^2} & \cdots & \frac{\omega_p\tau_n}{1+(\omega_p\tau_n)^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Re(\hat{\rho}(\omega_1)) \\ \vdots \\ \Re(\hat{\rho}(\omega_p)) \\ \Im(\hat{\rho}(\omega_1)) \\ \vdots \\ \Im(\hat{\rho}(\omega_p)) \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

3.2.2 Vorgabe der Relaxationszeiten

Die Relaxationszeiten τ_k im LGS 3.14 werden vorgegeben. Einige Kriterien sind bei der Wahl der τ_k zu beachten:

- Die Relaxationszeiten sollen möglichst genau bestimmt werden. Dafür ist eine hohe Auflösung und damit eine große Anzahl von vorgegebenen Zeiten notwendig.
- Der Rechenaufwand zur Lösung des LGS 3.14 soll in einem vertretbaren Rahmen bleiben, was für eine möglichst geringe Anzahl an Zeiten spricht.

Kapitel 3 Auswertung von IP-Daten

- Das Ergebnis soll auf den untersuchten Frequenzbereich der SIP Messung zurückgeführt werden können. Extrem kleine oder besonders große Relaxationszeiten seien ausgeschlossen.

Der letztgenannte Punkt betrifft die Grenzen des Bereichs, aus dem die Relaxationszeiten für das LGS gewählt werden. Um die untere Grenze τ_{min} dieses Fensters zu ermitteln, wird von einem Debye-Modell ausgegangen, dessen Phasenwinkelmaximum sich bei der größten untersuchten Frequenz ω_{max} befindet. Nach den Gleichungen 2.9 und 2.23 gilt für den Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ in einem Debye-Modell:

$$\varphi(\omega) = \arctan \left(\frac{m\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2 \cdot (1 - m)} \right). \quad (3.15)$$

In einem Extremum des Phasenwinkels verschwindet dessen Ableitung. Mit

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{\tau m(1 - \tau^2 \omega^2(1 - m))}{(1 + \omega^2 \tau^2(1 - m))^2 + (\omega \tau m)^2} \quad (3.16)$$

gilt für $\omega = \omega_{max}$:

$$0 = \tau_{min} \cdot m \cdot (1 - \tau_{min}^2 \cdot \omega_{max}^2 \cdot (1 - m)). \quad (3.17)$$

Daraus folgt für die untere Grenze des Relaxationszeitenfensters:

$$\tau_{min} = \frac{1}{\omega_{max} \cdot \sqrt{1 - m}}. \quad (3.18)$$

Analog wird die obere Grenze τ_{max} bestimmt, für die die kleinste gemessene Frequenz ω_{min} eingesetzt wird:

$$\tau_{max} = \frac{1}{\omega_{min} \cdot \sqrt{1 - m}}. \quad (3.19)$$

Eine detaillierte Beschreibung der in dieser Arbeit verwendeten Methode zur Bestimmung der kleinsten Relaxationszeit ist in Anhang B zu finden.

Versuche mit unterschiedlichen Anzahlen von vorgegebenen Relaxationszeiten haben gezeigt, dass 600 Zeiten, die gleichmäßig auf einer logarithmischen Skala verteilt sind, einen guten Kompromiss zwischen einem möglichst geringen Rechenaufwand und einer möglichst hohen Auflösung bieten. Nachdem τ_{min} als kleinste Relaxationszeit τ_1 gesetzt ist, werden die weiteren Zeiten mit

$$\tau_{k+1} = 10^a \cdot \tau_k \quad (3.20)$$

bestimmt, wobei der Zähler k von 1 bis 599 läuft und die Schrittweite

$$a = \frac{1}{600 - 1} \cdot \log_{10} \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} \right) \quad (3.21)$$

beträgt. Die obere Grenze der Relaxationszeiten wird mit $\tau_{600} = \tau_{max}$ erreicht.

3.2.3 Lösung des linearen Gleichungssystems

Von der Lösung des Gleichungssystems wird verlangt, dass sie keine negativen Werte für die Aufladbarkeit enthält. Diese Einschränkung ist sinnvoll, da negative Aufladbarkeitswerte nicht mit physikalischen Effekten erklärt werden können. Ein Lösungsalgorithmus für das Gleichungssystem 3.14, der nur $m_k \geq 0$ zulässt, ist der *lsqnonneg*-Algorithmus. Er wurde von Lawson und Hanson (1974) entwickelt und ist in der Matlab-Umgebung verfügbar.

Als Startmodell des *lsqnonneg*-Algorithmus wird ein einzelnes Debye-Modell verwendet. Für das gemessene Spektrum wird die Frequenz ermittelt, bei der das Phasenwinkelmaximum auftritt. Analog zu Gleichung 3.18 lässt sich der Frequenz eine entsprechende Relaxationszeit zuordnen, aus der zusammen mit der vorläufigen Gesamtaufladbarkeit \tilde{m} und dem vorläufigen Gleichstromwiderstand $\tilde{\rho}_0$ das Startmodell erstellt wird.

Die Abschätzung des Gleichstromwiderstands $\tilde{\rho}_0$ in Gleichung 3.8 gelingt in manchen Fällen nicht zufriedenstellend. Wenn sich die Widerstandsamplitude im Bereich niedriger Frequenzen stark ändert, wird der spezifische Gleichstromwiderstand durch die Extrapolation gegebenenfalls zu hoch abgeschätzt. Im Amplitudenspektrum produziert der zu große Gleichstromwiderstand eine Modellkurve, die komplett oberhalb der gemessenen Werte liegt. Um diesen Fehler zu beheben wird nach dem ersten Durchlauf des Lösungsalgorithmus eine Korrektur K_{DC} des Gleichstromwiderstands berechnet:

$$K_{DC} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{k=1}^p \ln \left(\frac{|\rho_{mod}(\omega_k)|}{|\rho(\omega_k)|} \right), \quad (3.22)$$

wobei p die Anzahl der genutzten Frequenzen ist, $|\rho_{mod}|$ die Amplitude des berechneten spezifischen Widerstands darstellt und $|\rho|$ die gemessene Widerstandsamplitude bezeichnet. Der spezifische Gleichstromwiderstand wird mit Hilfe des Korrekturterms K_{DC} korrigiert:

$$\rho_0 = \tilde{\rho}_0 \cdot \exp(-K_{DC}). \quad (3.23)$$

Anschließend wird der normierte Widerstand $\hat{\rho}$ aus Gleichung 3.11 mit dem korrigierten spezifischen Gleichstromwiderstand ρ_0 berechnet und das LGS 3.14 erneut gelöst.

3.2.4 Zusammenfassende Parameter

Das Ergebnis der Zerlegung eines IP-Spektrums in eine Überlagerung von Debye-Modellen ist eine Relaxationszeitverteilung, die jeder der vorgegebenen Relaxationszeiten τ_k einen Wert für die Aufladbarkeit m_k zuordnet und damit eine Gewichtung der einzelnen Rela-

xationszeiten darstellt. Aus den ermittelten 600 Paaren von Relaxationszeiten und Aufladbarkeitswerten werden vier Parameter berechnet, die die Relaxationszeitverteilung in einer kompakten Form charakterisieren.

Der spezifische Gleichstromwiderstand ρ_0

Durch Extrapolation des Amplitudenspektrums wurde der spezifische Gleichstromwiderstand in Gleichung 3.8 näherungsweise ermittelt und nach dem ersten Durchlauf des Lösungsalgorithmus mit Hilfe des Korrekturterms K_{DC} präzisiert.

Die Gesamtaufladbarkeit m_S

Eine erste Abschätzung der Gesamtaufladbarkeit wurde mit Hilfe der Asymptoten der Widerstandsamplitude in Gleichung 3.10 bestimmt. Die exakte Berechnung des Wertes für die Gesamtaufladbarkeit erfolgt als Summe der Lösungen des LGS 3.14:

$$m_S = \sum_{k=1}^n m_k. \quad (3.24)$$

Die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$

Um die Relaxationszeitverteilung in einem Parameter zusammenzufassen, lässt sich die mittlere Relaxationszeit mit

$$\bar{\tau} = \exp \left(\frac{\sum_{k=1}^n m_k \cdot \ln(\tau_k)}{m_S} \right) \quad (3.25)$$

als geometrischer Mittelwert aus den mit m_k gewichteten einzelnen Relaxationszeiten τ_k bestimmen.

Der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ

Die Streuung der resultierenden Relaxationszeiten wird von den drei vorgestellten Parametern nicht berücksichtigt. Um hierüber eine Aussage zu machen, wird der in der Ingenieurgeologie für die Korngrößenverteilung gebräuchliche Ungleichförmigkeitsparameter U adaptiert. Für die Summenkurve der Relaxationszeiten wird der Parameter

$$U_\tau = \log_{10} \left(\frac{\tau_{60}}{\tau_{10}} \right) \quad (3.26)$$

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

berechnet. Bei den Zeiten τ_{10} und τ_{60} sind 10% bzw. 60% der Gesamtauffadbarkeit erreicht. Der Parameter U_τ vermittelt einen Eindruck vom Anstieg der Summenkurve der Relaxationszeiten. Je flacher der Anstieg der Summenkurve ist, desto größer ist der Quotient von τ_{60} zu τ_{10} und desto breiter ist die Verteilung der Relaxationszeiten.

Die vier zusammenfassenden Parameter

- Gleichstromwiderstand ρ_0 ,
- Gesamtauffadbarkeit m_S ,
- mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ und
- der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ

sind das Resultat des neuen Ansatzes. In Kapitel 4 wird das beschriebene Verfahren auf verschiedene Datensätze angewendet, um die Zweckmäßigkeit dieser Methode zu demonstrieren.

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

Um die Debye-Zerlegung und die Filterverfahren zu testen, werden synthetische Datensätze erzeugt. Tabelle 3.1 gibt die Modellparameter wieder, mit denen die synthetischen IP-Spektren erstellt wurden. Der spezifische Gleichstromwiderstand ρ_0 ist bei allen Modellen mit $50\,\Omega\text{m}$ identisch. Gleiches gilt für die Relaxationszeit bzw. die Zeitkonstante τ mit 50 ms. Die Auffadbarkeit m , bzw. die Summe der beiden Auffadbarkeitswerte im Fall des Modells Nr. 2, beträgt stets 0,65. Den Ausgangspunkt der Untersuchungen stellt ein einzelnes Debye-Modell dar. Im zweiten Schritt wird diesem ein weiterer Relaxationsprozess überlagert. Als drittes Testmodell wird ein ursprüngliches Cole-Cole-Modell eingesetzt, das sich von dem verwendeten Debye-Modell durch den Exponenten $c = 0,6$ unterscheidet. Beim letzten Test, dem allgemeinen Cole-Cole-Modell, wird zusätzlich noch der Exponent a auf 0,7 gesetzt. Die synthetischen IP-Spektren umfassen jeweils einen Bereich von 1,4 mHz bis 750 Hz und beinhalten die Frequenzen, die bei Messungen mit der SIP-Fuchs-Apparatur untersucht werden.

Tabelle 3.1: Modellparameter der synthetischen IP-Spektren.

Modell-Nr.	Bezeichnung	Parameter					
		ρ_0 in Ωm	c	a	m	τ in s	
1	Debye-Modell	50	1	1	0,65	0,05	
2	Überlagerung von zwei Debye-Modellen	50	1	1	0,1	0,55	2
3	Ursprüngl. Cole-Cole-Modell	50	0,6	1	0,65	0,05	
4	Allg. Cole-Cole-Modell	50	0,6	0,7	0,65	0,05	

3.3.1 Debye-Modell

Das Debye-Modell (Gleichung 2.23) beschreibt einen einzelnen Relaxationsprozess. Im Idealfall ergeben sich bei der Inversion des zugehörigen Spektrums für den spezifischen Gleichstromwiderstand, die Gesamtaufladbarkeit und die mittlere Relaxationszeit exakt die verwendeten Modellparameter ρ_0 , m und τ . Abbildung 3.1 zeigt, dass die Anpassung an die synthetischen Daten in diesem Fall exzellent funktioniert hat. Der relative Anpassungsfehler für das Amplitudenspektrum liegt unter 0,01 %. Für das Phasenwinkelspektrum beträgt der Absolutwert des Anpassungsfehlers weniger als 0,01 mrad. Als zusammenfassende Parameter werden der Gleichstromwiderstand $\rho_0 = 50,00 \Omega\text{m}$, die Gesamtaufladbarkeit $m_S = 0,65$, die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau} = 0,05 \text{ s}$ und der Ungleichförmigkeitsparameter $U_\tau = 0,00$ ermittelt. Die vorgegebenen Parameter des Debye-Modells stimmen exakt mit den berechneten zusammenfassenden Parametern überein.

3.3.2 Überlagerung von zwei Debye-Modellen

Im nächsten Schritt wird ein synthetischer Datensatz untersucht, der aus der Kombination zweier Debye-Modelle erzeugt wurde. Die beiden einander überlagerten Relaxationsprozesse unterscheiden sich deutlich. Der erste Prozess besitzt eine Relaxationszeit von 50 ms und ist mit einer Aufladbarkeit von 0,1 schwächer als der zweite, mit einer Relaxationszeit von 2 s und einer Aufladbarkeit von 0,55 ablaufende Prozess. In Abbildung 3.2 äußern sich beide Vorgänge gut erkennbar durch getrennte Phasenwinkelmaxima. Auch bei der Überlagerung von zwei Debye-Modellen kann mit der Debye-Zerlegung eine gute Anpassung an die synthetischen Daten erreicht werden. Der Fehler im Amplitudenspektrum wird erneut mit weniger als 0,01 % angegeben. Für das Phasenwinkelspektrum wird eine Abweichung von 0,01 mrad ermittelt. Als spezifischer Gleichstromwiderstand ergibt sich ein Wert von $50,01 \Omega\text{m}$ und die Gesamtaufladbarkeit beträgt 0,65. Die mittlere Relaxationszeit ist mit 1,14 s lediglich um 0,01 s größer als der anhand der Aufladbarkeiten

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

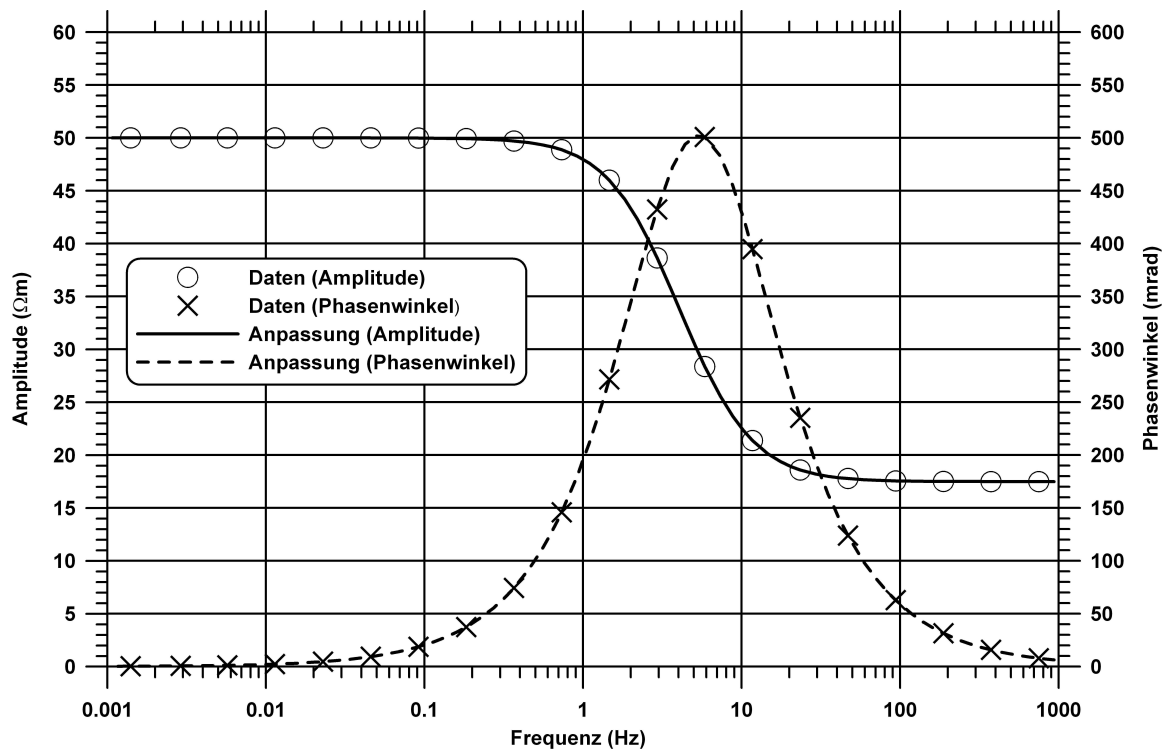


Abbildung 3.1: Anpassung eines Debye-Modells durch Zerlegung in Debye-Spektren. In das Modell gingen die Parameter $\rho_0 = 50 \Omega\text{m}$, $m = 0,65$ und $\tau = 0,05 \text{ s}$ ein.

gewichtete geometrische Mittelwert beider Relaxationszeiten des Modells. Für den Ungleichförmigkeitsparameter wird ein Wert von 1,61 bestimmt.

3.3.3 Ursprüngliches Cole-Cole-Modell

Das Cole-Cole-Modell (Gleichung 2.24) unterscheidet sich durch den Parameter c vom bisher betrachteten Debye-Modell. Der Exponent c des komplexen Ausdrucks $i\omega\tau$ nimmt Werte zwischen 0 und 1 an. In dem verwendeten Modell ist $c = 0,6$. Dies führt dazu, dass im Vergleich zum Debye-Modell die Amplitudenkurve flacher abfällt, wie Abbildung 3.3 zeigt. Der Parameter τ ist wegen des Exponenten c nicht mehr mit der Relaxationszeit des Debye-Modells vergleichbar. Um diesen Unterschied hervorzuheben, wird er im Zusammenhang mit Modellen des Cole-Cole-Typs als Zeitkonstante bezeichnet. Die Zerlegung des synthetischen Cole-Cole-Spektrums in eine Kombination von Debye-Modellen gestaltet sich komplizierter als in den beiden zuvor untersuchten Fällen. Es sind 24 Debye-

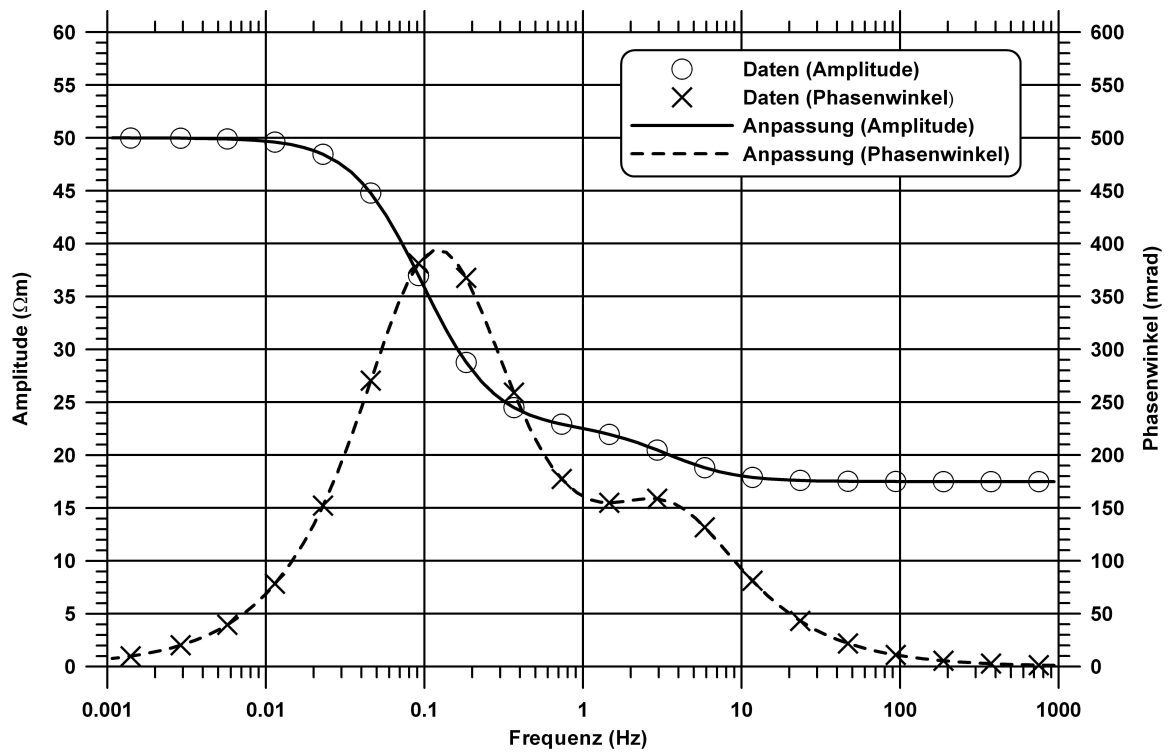


Abbildung 3.2: Anpassung einer Überlagerung von zwei Debye-Modellen durch Zerlegung in Debye-Spektren. Für beide Modelle wurde der spezifische Gleichstromwiderstand auf $\rho_0 = 50 \Omega\text{m}$ gesetzt. Die weiteren Parameter des ersten Modells sind $m = 0,1$ und $\tau = 0,05 \text{ s}$. Für das zweite Modell wurden $m = 0,55$ und $\tau = 2 \text{ s}$ gewählt.

Terme notwendig, um das IP-Spektrum nachzubilden. Die Anpassungsfehler liegen mit $0,02 \%$ im Amplitudenspektrum und $0,15 \text{ mrad}$ im Phasenwinkelspektrum noch deutlich unterhalb der messtechnisch bedingten Fehlergrenze von 1% bzw. 1 mrad . Als spezifischer Gleichstromwiderstand wurde für diesen Datensatz ein Wert von $49,92 \Omega\text{m}$ bestimmt. Die Gesamtauffadbarkeit beträgt $0,64$. Beide Größen fallen etwas geringer aus als die entsprechenden Modellparameter. Als mittlere Relaxationszeit ergibt sich $\bar{\tau} = 0,05 \text{ s}$. Der Ungleichförmigkeitsparameter wird mit $U_\tau = 1,06$ angegeben.

Nach Morgan und Lesmes (1994) lässt sich die Relaxationszeitverteilung aus einem ursprünglichen Cole-Cole-Modell mit

$$y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin(\pi(1-c))}{\cosh(c \cdot \ln(\tau_0/\tau)) - \cos(\pi(1-c))} \quad (3.27)$$

berechnen, wobei $y(\tau)$ die Gewichtung der jeweiligen Relaxationszeit τ beschreibt und

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

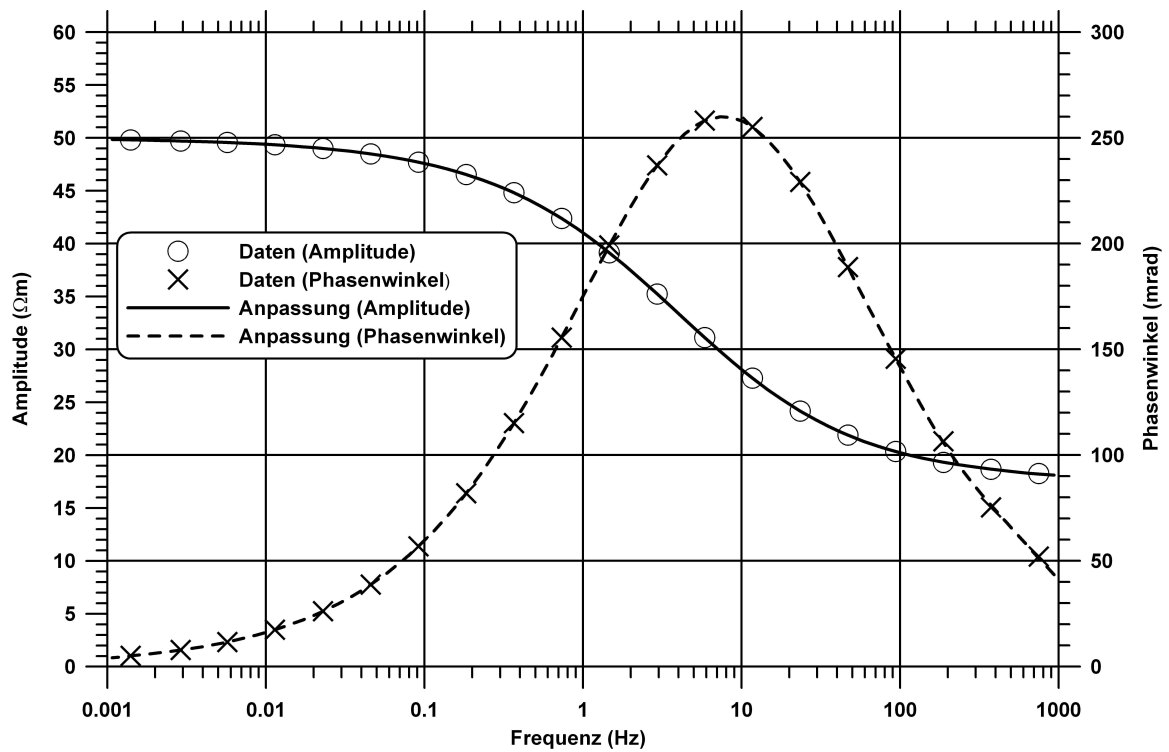


Abbildung 3.3: Anpassung eines ursprünglichen Cole-Cole-Modells durch Zerlegung in Debye-Spektren. Das Modell beruht auf den Parametern $\rho_0 = 50 \Omega m$, $m = 0,65$, $\tau = 0,05 s$ und $c = 0,6$.

τ_0 für die größte Relaxationszeit steht. Letztere lässt sich aus der Frequenz des Phasenwinkelmaximums berechnen (siehe Anhang B). c ist der Exponent des ursprünglichen Cole-Cole-Modells. Für das Modell Nr. 3 aus Tabelle 3.1 ergibt sich die in Abbildung 3.4 gestrichelt eingezeichnete Relaxationszeitverteilung. Die Relaxationszeitverteilung aus der Debye-Zerlegung ist in der Abbildung als kontinuierliche Linie dargestellt. Die theoretische Kurve entspricht in ihrer Form dem Verlauf der Verteilung der diskreten Relaxationszeiten, die mit der Debye-Zerlegung bestimmt werden.

3.3.4 Allgemeines Cole-Cole-Modell

Durch das allgemeine Cole-Cole-Modell (Gleichung 2.26) erfolgt eine Erweiterung des ursprünglichen Cole-Cole-Modells um einen zusätzlichen Freiheitsgrad. Betrachtet man den Verlauf der Phasenwinkelkurve in doppeltlogarithmischer Darstellung in Abbildung 2.4, so ist zu erkennen, dass durch den Parameter a eine unterschiedliche Steigung der Flan-

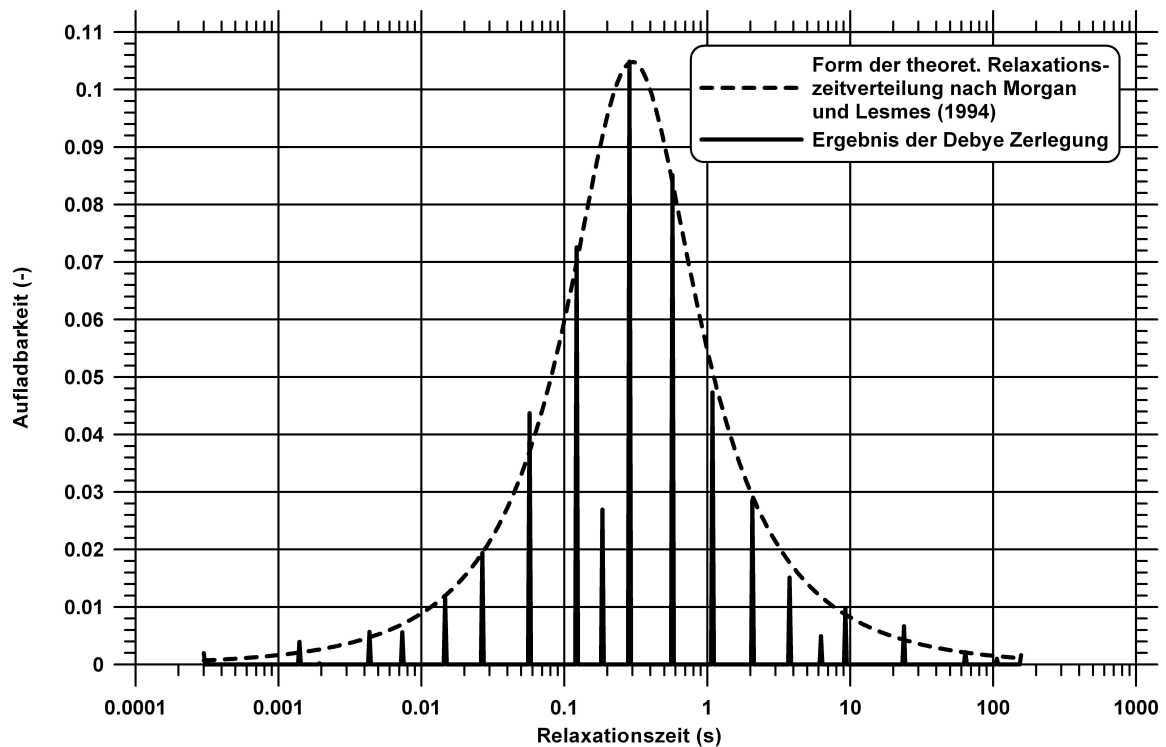


Abbildung 3.4: Relaxationszeitverteilung des ursprünglichen Cole-Cole-Modells aus Tabelle 3.1 als Ergebnis der Debye-Zerlegung und aus Gleichung 3.27 nach Morgan und Lesmes (1994).

ken der Phasenkurve erreicht wird. Im Testmodell wird für den Parameter a ein Wert von 0,7 eingesetzt. Abbildung 3.5 zeigt das resultierende Amplituden- und Phasenwinkelspektrum sowie die Anpassung mit dem neuen Ansatz. 23 Terme werden benötigt, um das mit einem allgemeinen Cole-Cole-Modell erzeugte Testspektrum durch Debye-Modelle zu beschreiben. Der relative Fehler des Amplitudenspektrums beträgt 0,07 %. Für das Phasenwinkelspektrum wird ein mittlerer Fehler von 0,39 mrad bestimmt. Der spezifische Gleichstromwiderstand wird nach der Anpassung mit 49,95 Ωm angegeben. Für die Gesamtaufladbarkeit wurde ein Wert von 0,62 errechnet. Die mittlere Relaxationszeit beträgt 0,03 s. Für den Ungleichförmigkeitsparameter ergibt sich ein Wert von 1,41.

Tabelle 3.2 bietet eine Übersicht über die zusammenfassenden Parameter der vier untersuchten synthetischen Datensätze. Die Abweichungen zwischen dem vorgegebenen und dem errechneten spezifischen Gleichstromwiderstand bleiben in einem akzeptablen Rahmen. Beim Vergleich der Aufladbarkeit der Modelle mit der ermittelten Gesamtaufladbarkeit fällt lediglich der vierte synthetische Datensatz durch einen etwas zu geringen Wert

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

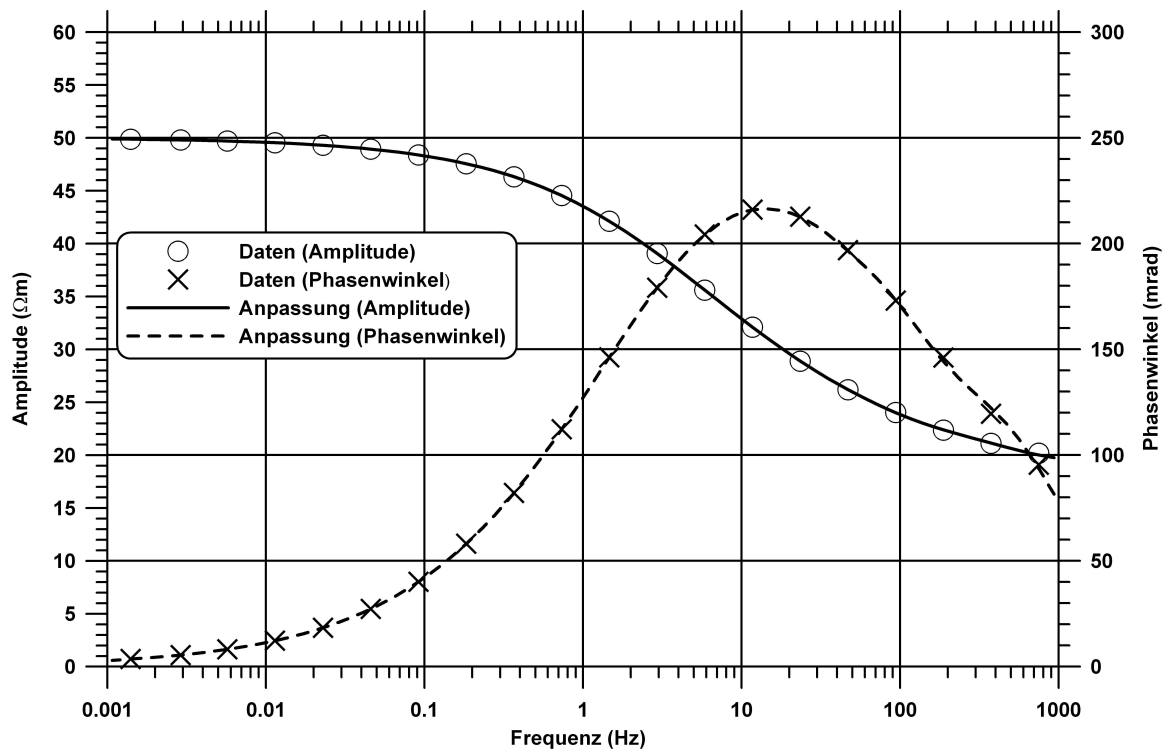


Abbildung 3.5: Anpassung eines allgemeinen Cole-Cole-Modells durch Zerlegung in Debye-Spektren. Für das Modell wurden die Parameter $\rho_0 = 50 \Omega m$, $m = 0,65$, $\tau = 0,05 s$, $c = 0,6$ und $a = 0,7$ gewählt.

auf. Die mittlere Relaxationszeit kann nur für den ersten Datensatz mit der Relaxationszeit des Modells verglichen werden und zeigt dort eine exakte Übereinstimmung. Der Ungleichförmigkeitsparameter hat kein Pendant unter den Modellparametern.

3.3.5 Anwendung der digitalen linearen Filter auf das ursprüngliche Cole-Cole-Modell

Abbildung 3.6a zeigt die Resultate der beiden in Abschnitt 3.1 beschriebenen Filter, wenn sie auf den Datensatz des ursprünglichen Cole-Cole-Modells aus Tabelle 3.1 angewendet werden. Speziell für diesen Test wurde der Datensatz so erstellt, dass bei allen Frequenzen, die von den Filtern ausgewertet werden, die benötigten Amplitudenwerte und Phasenwinkel vorliegen. Eine Unsicherheit bei der Anwendung der Filter auf reale Messdaten stellt die notwendige Inter- und Extrapolation des durchgemessenen IP-Spektrums dar. Die in Abbildung 3.6b dargestellten Kurven sind das Resultat einer erneuten Anwendung der Filter

Tabelle 3.2: Zusammenfassende Parameter der synthetischen IP-Spektren.

Modell-Nr.	Bezeichnung	Zusammenfassende Parameter			
		ρ_0 in Ωm	m_S	$\bar{\tau}$ in s	U_τ
1	Debye-Modell	50,00	0,65	0,05	0,00
2	Überlagerung von zwei Debye-Modellen	50,01	0,65	1,14	1,61
3	Ursprüngl. Cole-Cole-Modell	49,92	0,64	0,05	1,06
4	Allg. Cole-Cole-Modell	49,95	0,62	0,03	1,41

auf das IP-Spektrum des oben beschriebenen ursprünglichen Cole-Cole-Modells. Der Datensatz umfasst in diesem Fall Frequenzen zwischen 1,4 mHz und 12 kHz. Es handelt sich dabei um den gesamten Frequenzbereich, der mit der SIP-Fuchs-Apparatur untersucht werden kann. Frequenzen oberhalb von 1 kHz werden in der Praxis nicht ausgewertet, da die Messwerte stark von elektromagnetischen Kopplungseffekten beeinflusst sein können. Bei der Extrapolation des Realteils der Impedanz für Frequenzen kleiner als 1,4 mHz werden die fünf kleinsten Frequenzen des Datensatzes berücksichtigt. An den Realteil der Impedanz im Bereich zwischen 1,4 mHz und 22,9 mHz wird eine Exponentialfunktion angepasst. Mit ihr wird der Realteil der Impedanz für Frequenzen kleiner als 1,4 mHz extrapoliert. In entsprechender Weise wird an der oberen Grenze des Frequenzbereichs verfahren. Eine Exponentialfunktion, angepasst an den Realteil der Impedanz im Bereich zwischen 750 Hz und 12 kHz, wird zur Extrapolation für Frequenzen oberhalb von 12 kHz genutzt.

Zwischen den Übersichtsdarstellungen der Abklingkurven in den Abbildungen 3.6a und 3.6b ist kein wesentlicher Unterschied erkennbar. Im Folgenden werden Ausschnitte aus den Abklingkurven verglichen. Die Abbildungen 3.7a und 3.8a zeigen die Abklingkurven des Guptasarma-Filters und des Weidelt-Filters, die sich für einen Datensatz ergeben, bei dem für alle von den Filtern genutzten Frequenzen Daten vorliegen. Für die Abklingkurven in den Abbildungen 3.7b und 3.8b waren nur Daten der Messfrequenzen der SIP-Fuchs-Apparatur verfügbar.

Die Abbildungen 3.7a und 3.7b beschränken sich auf das Verhalten der Abklingkurven bei kleinen Zeiten. Es wird nur das Intervall zwischen 0,01 ms und 0,1 ms dargestellt. Die Abbildung 3.7a zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen der Abklingkurve des Guptasarma-Filters und der des Weidelt-Filters. Für beide Abklingkurven deutet sich ein asymptotischer Verlauf gegen einen Ausgangswert an. In Abbildung 3.7b ist kein asymptotisches Verhalten, sondern ein deutlicher Anstieg beider Kurven mit abnehmender Zeit erkennbar. Zurückzuführen ist der Anstieg auf Fehler bei der Extrapolation der Daten für große Frequenzen.

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

Die Abbildungen 3.8a und 3.8b zeigen in doppeltlogarithmischer Auftragung einen weiteren Ausschnitt des Zeitbereichs. Zwischen 30 s und 700 s ist in Abbildung 3.8b eine Störung der Abklingkurven beider Filter zu erkennen. Die Ursache der Störung liegt in der Beschränkung des Datensatzes. Da die Filter Informationen von Frequenzen benötigen, die zwischen den untersuchten Punkten liegen, ist eine Abschätzung mittels Interpolation erforderlich.

3.3.6 Fazit

Die Zerlegung der synthetischen Spektren in eine Überlagerung von Debye-Modellen liefert in allen untersuchten Fällen, angefangen beim einfachen Debye-Modell bis zum allgemeinen Cole-Cole-Modell, eine sehr gute Anpassung an die vorgegebenen Amplituden- und Phasenwinkeldaten. Aus der Debye-Zerlegung werden zusammenfassende Parameter gewonnen, die sich auf die Modellparameter der synthetischen Datensätze zurückführen lassen.

Die Anwendung der Filter von Guptasarma und Weidelt auf den synthetischen Datensatz eines ursprünglichen Cole-Cole-Modells zeigt deutlich, wie sensibel die Filtermethodik auf unvollständige Spektren reagiert. Da sich in der Praxis keine kontinuierlichen Spektren aufnehmen lassen, sondern stets Informationen für diskrete Frequenzen aus einem begrenzten Bereich vorliegen, ist eine Nutzung der Filter für reale Messdaten nicht sinnvoll.

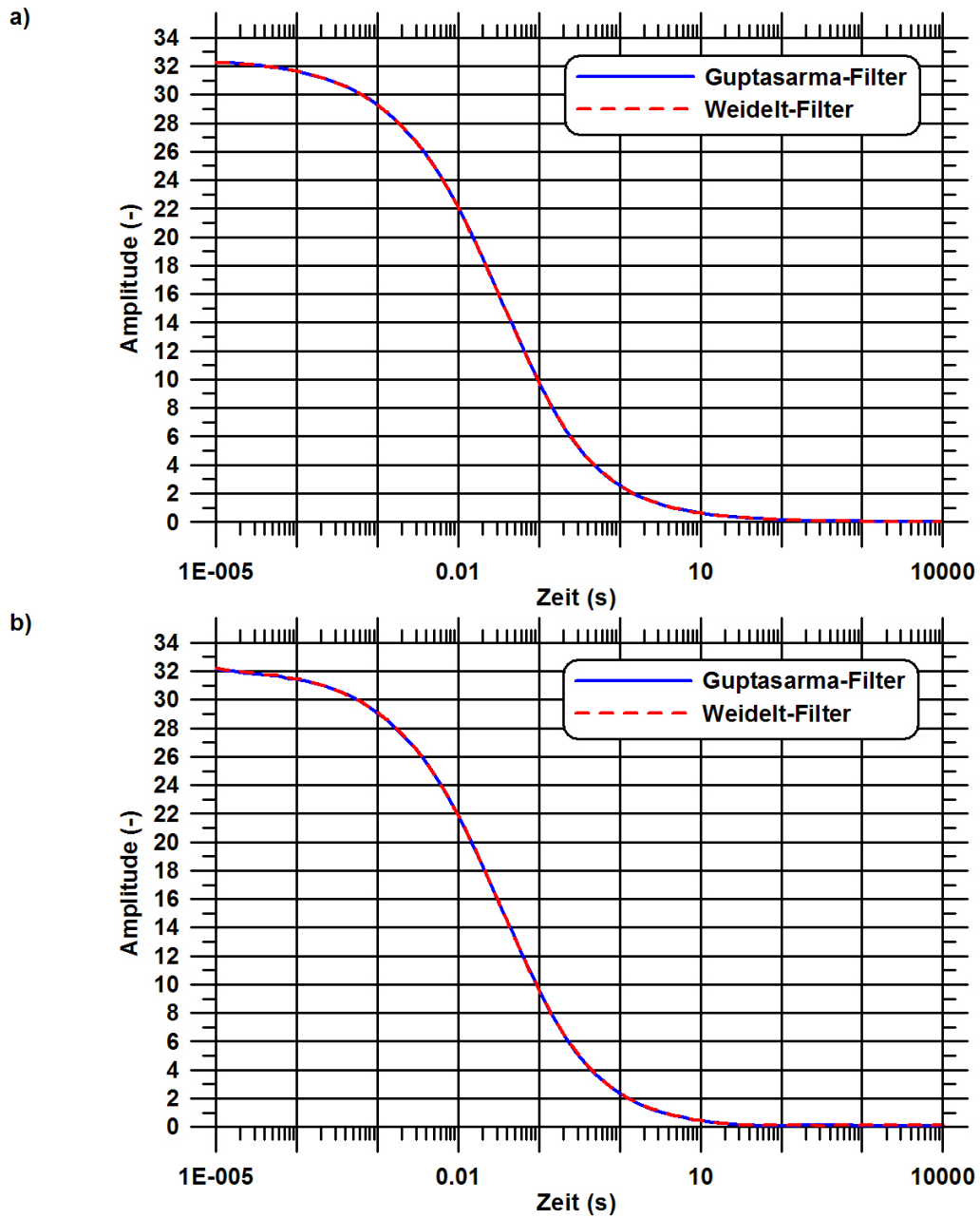


Abbildung 3.6: Abklingkurve des ursprünglichen Cole-Cole-Modells aus Tabelle 3.1 nach Anwendung der Filter von Guptasarma (1982) und Weidelt (1985). a) Bei der Berechnung waren Daten für alle von den Filtern ausgewerteten Frequenzen verfügbar. b) Der Datensatz war auf die Frequenzen beschränkt, die bei einer Messung mit der SIP-Fuchs-Apparatur untersucht werden.

3.3 Anwendung der Filterverfahren und der Debye-Zerlegung auf synthetische Datensätze

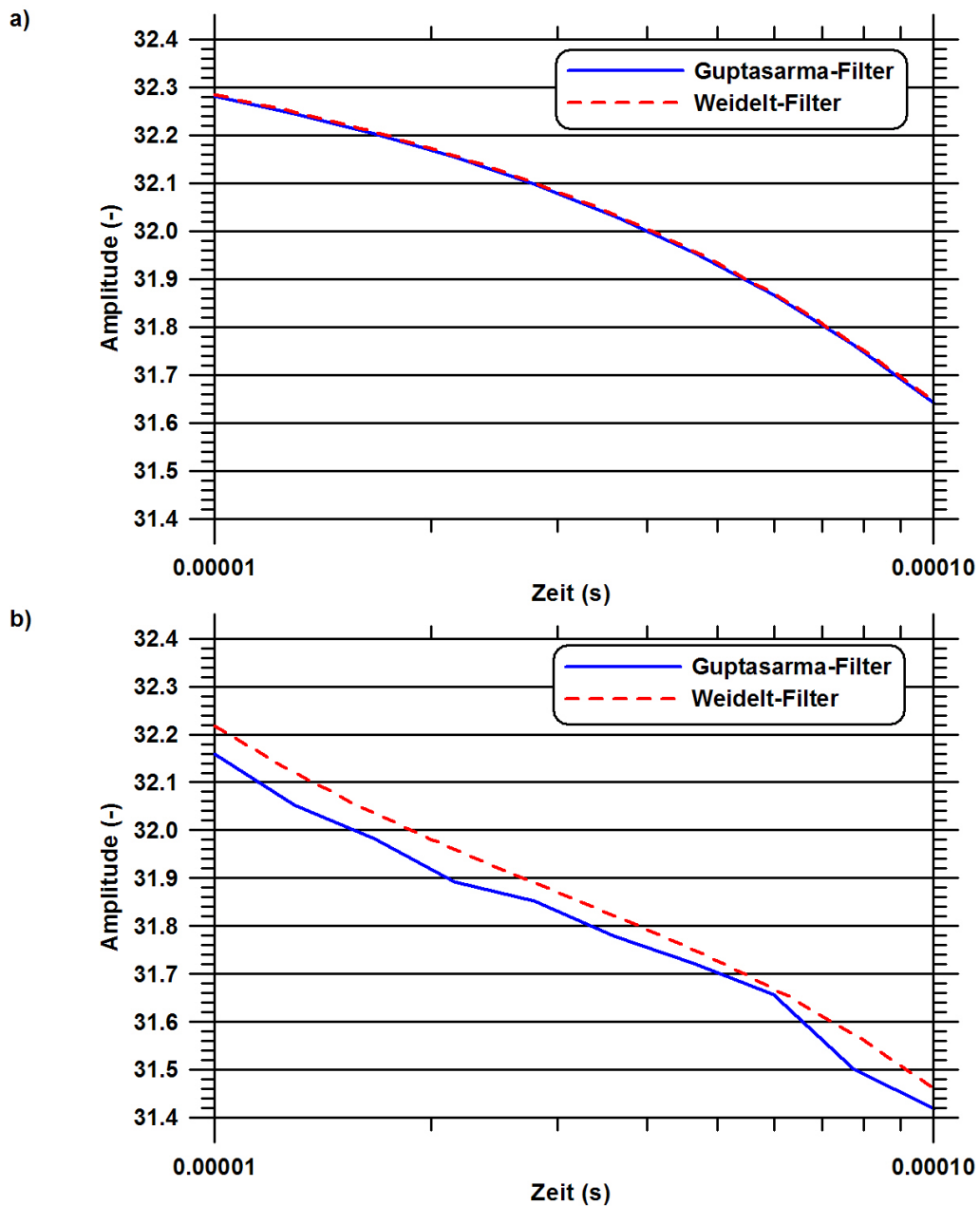


Abbildung 3.7: Erster Ausschnitt (0,01 ms bis 0,1 ms) aus der Abklingkurve des ursprünglichen Cole-Cole-Modells aus Tabelle 3.1 nach Anwendung der Filter von Guptasarma (1982) und Weidelt (1985). a) Bei der Berechnung waren Daten für alle von den Filtern ausgewerteten Frequenzen verfügbar. b) Der Datensatz war auf die Frequenzen beschränkt, die bei einer Messung mit der SIP-Fuchs-Apparatur untersucht werden.

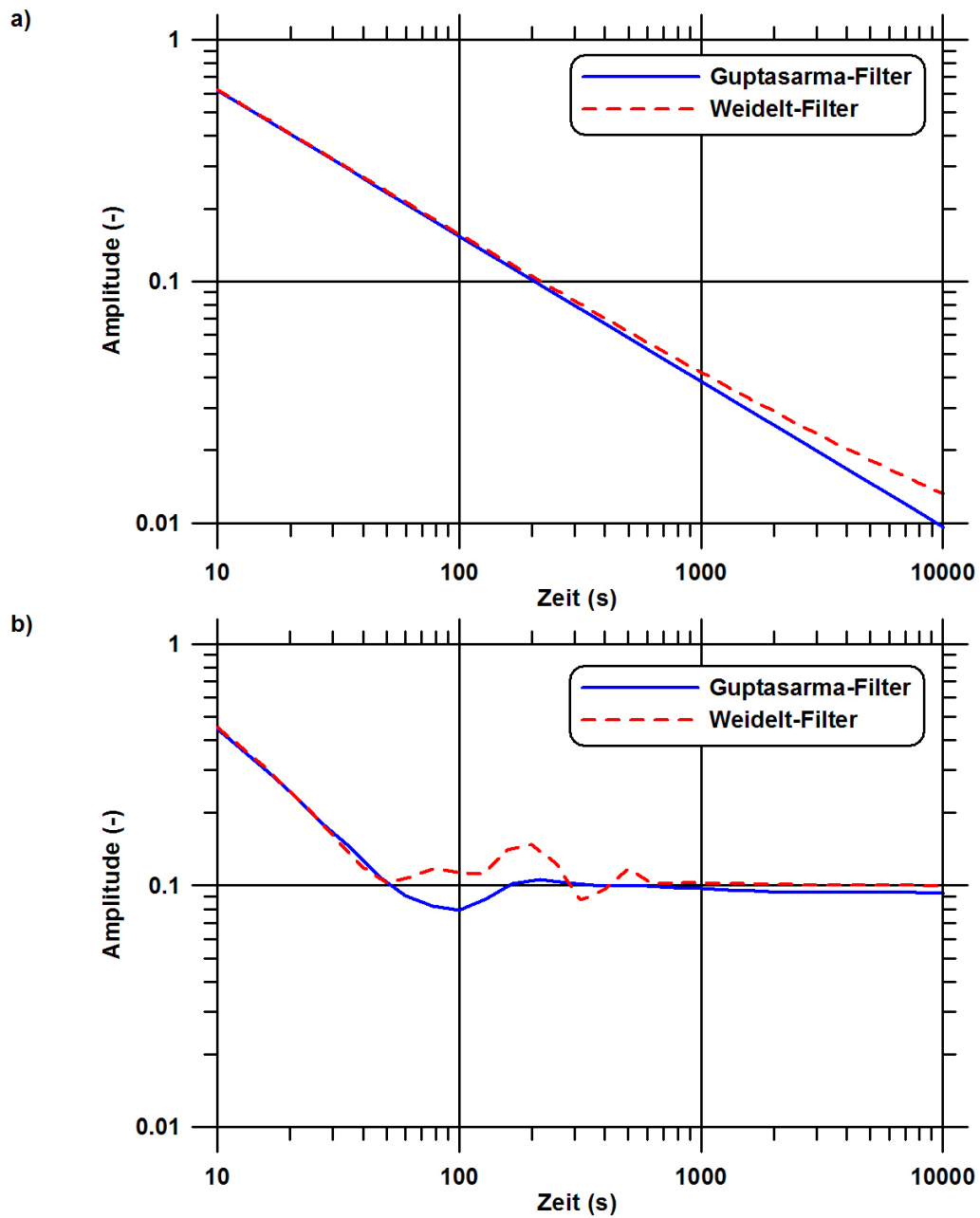


Abbildung 3.8: Zweiter Ausschnitt (10 s bis 10000 s) aus der Abklingkurve des ursprünglichen Cole-Cole-Modells aus Tabelle 3.1 nach Anwendung der Filter von Guptasarma (1982) und Weidelt (1985). a) Bei der Berechnung waren Daten für alle von den Filtern ausgewerteten Frequenzen verfügbar. b) Der Datensatz war auf die Frequenzen beschränkt, die bei einer Messung mit der SIP-Fuchs-Apparatur untersucht werden.

Kapitel 4

Anwendungen

Nachdem im vorangegangenen Kapitel der neue Ansatz zur Anpassung von IP-Spektren vorgestellt und an synthetischen Datensätzen getestet wurde, soll das Verfahren auf gemessene Daten angewendet werden. Im Abschnitt 4.1 bilden IP-Spektren von Schlacke-Sand-Gemischen, die im Rahmen einer Studienarbeit (Nordsiek, 2002) gemessen wurden, die Datenbasis. Neben der Debye-Zerlegung wurden auch die herkömmlichen Modelle der Cole-Cole-Familie angewendet, um beide Verfahren miteinander vergleichen zu können (Nordsiek und Weller, 2008b).

Die Anwendung des neuen Ansatzes auf IP-Spektren von Lignitproben wird im Abschnitt 4.2 vorgestellt. Im Rahmen eines Forschungsprojektes ermöglichte die Debye-Zerlegung die Entwicklung eines Klassifizierungsschemas, mit dem zwischen unterschiedlichen Lithotypen des Lignit unterschieden werden kann.

Abschnitt 4.3 bezieht sich auf Untersuchungen an Sandsteinen, für die IP-Spektren, petrophysikalische Daten und NMR-Spektren verfügbar sind. Beziehungen zwischen Gesteinseigenschaften und den zusammenfassenden Parametern der Debye-Zerlegung werden überprüft.

Die Messmethodik ist für alle betrachteten Fälle weitgehend identisch. Mit einer SIP-Fuchs-Apparatur der Berliner Firma Radic Research wurden die Amplitude und der Phasenwinkel des komplexen spezifischen Widerstands für Frequenzen zwischen 1,4 mHz bzw. 2,8 mHz und 750 Hz gemessen. Um den Einfluss von Temperaturschwankungen ausschließen zu können, befinden sich die Messzellen in einem Klimaschrank bei einer konstanten Temperatur von 20 °C. Die Messzellen sind eine Eigenentwicklung des Instituts für Geophysik der Technischen Universität Clausthal. Sie bestehen jeweils aus zwei Potenzialelektroden in Form von Platin- oder Silber-Silberchlorid-Ringen und zwei Platinnetzen als Stromelektroden. Die Stromelektroden befinden sich in zwei Wassertanks, die in der Regel mit Clausthaler Leitungswasser (Leitfähigkeit ca. 10 mS/m) gefüllt werden. Eine Ausnahme stellt der Abschnitt 4.3 dar, wo Natriumchloridlösungen mit einer Leitfähigkeit von

100 mS/m eingesetzt wurden. Über das Wasser erfolgt die Ankopplung des Stroms an die gesättigte Probe. Zur Überwachung möglicher chemischer Prozesse, die durch den Kontakt des Probenmaterials mit dem Wasser hervorgerufen werden können, sind für jede Probe Wiederholungsmessungen vorgesehen. Für die Auswertung werden nur die Messungen herangezogen, bei denen zwischen den IP-Spektren zweier aufeinanderfolgender Tage keine wesentliche Veränderung zu erkennen ist.

4.1 Schlacke-Sand-Gemische

Von zwei mittelalterlichen Hüttenplätzen im Harz konnte Schlackenmaterial gesammelt werden, das bei der Verhüttung von Erzen aus dem bei Goslar gelegenen Rammelsberg angefallen ist. Tabelle 4.1 gibt Auskunft über die Zusammensetzung der Schlacke. Der Anteil metallischer Verbindungen ist relativ hoch, was einen entsprechend ausgeprägten IP-Effekt durch Elektrodenpolarisation zur Folge hat.

Tabelle 4.1: Wichtigste Bestandteile der Schlacke aus dem Pandelbachtal als prozentuale Massenanteile, nach einer Mitteilung des Niedersächsischen Landesamtes für Denkmalpflege.

Verbindung	Anteil in %	Verbindung	Anteil in %	Verbindung	Anteil in %
SiO ₂	32,18	CaO	5,07	CuO	1,33
FeO	30,56	P ₂ O ₅	2,04	MgO	1,12
ZnO	15,96	BaO	1,90	PbO	1,03
Al ₂ O ₃	6,69	K ₂ O	1,80		

4.1.1 Die Proben

Um den Einfluss der Größe polarisierbarer Partikel auf das IP-Spektrum zu untersuchen, wird die Schlacke zerkleinert und durch Siebung in verschiedene Korngrößenfraktionen unterteilt. Anschließend wird das Schlackenmaterial in festgelegten Massenanteilen mit Quarzsand der Korngröße 0,1 mm bis 0,2 mm gemischt. Insgesamt werden 13 Proben angefertigt, deren Eigenschaften der Tabelle 4.2 zu entnehmen sind. Da die Proben beim Einbau in die SIP-Messzelle von Hand verdichtet werden, ergeben sich kleine Unterschiede in der Porosität und der Wassersättigung. Die Proben Nr. 1 bis 3 dienen dazu, Aussagen über den Einfluss des Schlackegehalts und damit des Anteils polarisierbarer Partikel auf das IP-Spektrum zu machen. Mit den Proben Nr. 3 bis 6 und den Proben Nr. 7 bis 13

stehen zwei Sätze von Schlacke-Sand-Gemischen zur Verfügung, an denen die Bedeutung der Korngrößenverteilung für das IP-Spektrum untersucht werden kann.

Tabelle 4.2: Eigenschaften der Schlacke-Sand-Gemische und Herkunft der Schlackeproben.

Probe Nr.	Korngröße in mm	Massenanteil der Schlacke in %	Porosität in %	Wassersättigung in %	Herkunft
1	< 1	10	48	86	Pandelbachtal
2	< 1	20	48	87	
3	< 1	30	48	88	
4	1-2	30	48	75	
5	2-4	30	43	89	
6	4-6, 3	30	43	86	
7	< 0, 1	30	40	79	Huneberg
8	0, 1-0, 5	30	45	85	
9	0, 5-1	30	41	97	
10	1-2	30	43	87	
11	2-4	30	39	99	
12	4-6, 3	30	40	90	
13	ca. 10	30	36	95	

4.1.2 IP-Spektren der Schlacke-Sand-Gemische

Die Phasenwinkelspektren der Proben werden in den Abbildungen 4.1 und 4.2 dargestellt. In beiden Fällen ist zu erkennen, dass die Frequenz f_{max} des Phasenwinkelmaximums von der Korngröße d der Schlackekörner abhängt. Mit zunehmender Korngröße nimmt die Frequenz des Phasenwinkelmaximums ab. Der Zusammenhang kann durch

$$f_{max} \sim d^{-2} \quad (4.1)$$

näherungsweise beschrieben werden (Nordsiek und Weller, 2005).

Probe Nr. 6 in Abbildung 4.1 besitzt neben dem Phasenwinkelmaximum bei etwa 50 Hz ein weiteres, wenn auch deutlich schwächeres Nebenmaximum bei ca. 0,7 Hz. Als Ursache für das Nebenmaximum kann die raue Oberfläche der Schlackekörner betrachtet werden, die durch das Zerkleinern der Schlackestücke entstanden ist. Leroy et al. (2008) beobachteten ein ähnliches Phasenwinkelverhalten bei SIP-Untersuchungen an wassergesättigten Packungen von Glaskugeln. Die Rauigkeit der Oberfläche der Glaskugeln verursachte ein zweites Phasenwinkelmaximum in den Spektren. In Abbildung 4.2 ist der Effekt nicht

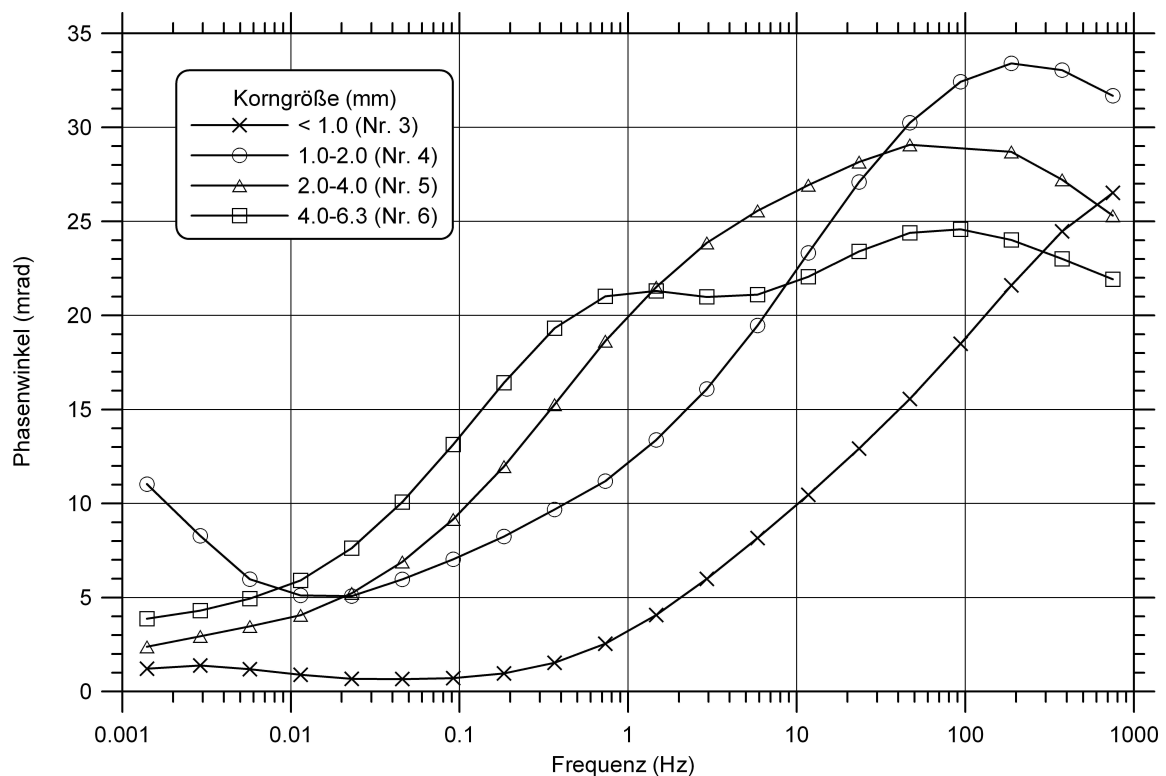


Abbildung 4.1: Die Phasenwinkelspektren der Proben Nr. 3 bis 6. Das verwendete Schlackenmaterial stammt von einem mittelalterlichen Hüttenplatz im Pandelbachtal und wurde in vier Korngrößenbereiche unterteilt. Die Spektren wurden an Gemischen aus Schlacke und Quarzsand mit jeweils 30 % Massenanteil der Schlacke gemessen.

durch zwei getrennte Phasenwinkelmaxima, sondern durch ein einzelnes, mit wachsender Korngröße breiter werdendes Phasenwinkelmaximum dokumentiert. Lediglich die Probe Nr. 13 folgt diesem Trend nicht. Die Schlackekörner dieser Probe wurden nicht zerkleinert, sondern von Hand aus dem verfügbaren Schlackenmaterial ausgewählt. Es ist davon auszugehen, dass die Oberfläche der Körner glatter ist als die der Körner in den anderen Proben und sich deshalb ein schärferes Phasenwinkelmaximum ergibt.

4.1.3 Anpassung der Spektren mit den herkömmlichen Modellen

Mit Hilfe eines automatischen Anpassungsprogramms (von A. Weller) werden das ursprüngliche Cole-Cole-Modell (CC), das Cole-Davidson-Modell (CD) und das allgemeine Cole-Cole-Modell (ACC) an die IP-Spektren der 13 Proben angepasst. Die RMS-Fehler

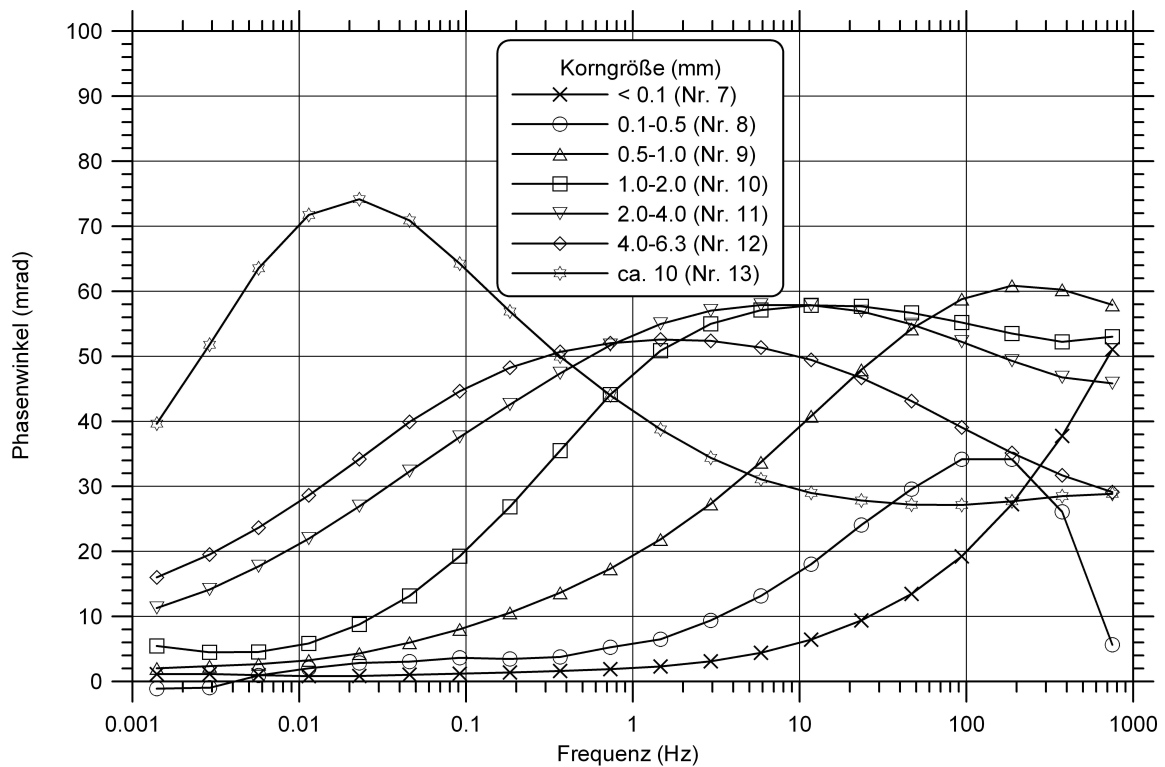


Abbildung 4.2: Die Phasenwinkelspektren der Proben Nr. 7 bis 13. Das verwendete Schlackenmaterial stammt von einem mittelalterlichen Hüttenplatz am Huneberg und wurde in sieben Korngrößenbereiche unterteilt. Die Spektren wurden an Gemischen aus Schlacke und Quarzsand mit jeweils 30 % Massenanteil der Schlacke gemessen.

der Anpassung des Amplituden- und des Phasenwinkelspektrums sind der Tabelle 4.3 zu entnehmen. Auf Grund des zusätzlichen Parameters und der damit gewonnenen Flexibilität lässt sich das ACC-Modell besser an die IP-Spektren anpassen als das CC-Modell und das CD-Modell. Für letzteres werden die schlechtesten Resultate erzielt. Die messtechnisch bedingte Fehlergrenze liegt für das Amplitudenspektrum bei 1 % und für das Phasenwinkelspektrum bei 1 mrad. Setzt man für eine akzeptable Anpassung RMS-Fehler unterhalb dieser Grenzwerte voraus, so können mit dem CD-Modell zwölf Proben nicht zufriedenstellend angepasst werden.

Die Parameter, die sich bei der Anpassung ergeben, sind in Tabelle 4.4 aufgeführt. Für die meisten Proben liegen die Werte des ACC- und des CC-Modells für die Aufladbarkeit m dicht beieinander. Größere Unterschiede ergeben sich für die Zeitkonstante τ . Nur bei fünf Proben fallen die mit dem ACC- und dem CC-Modell bestimmten Zeitkonstanten

Tabelle 4.3: Zusammenstellung der RMS-Fehler für die Anpassung der Amplitudenspektren $\Delta|\rho|$ und die Anpassung der Phasenwinkelspektren $\Delta\varphi$ der Modelle des Cole-Cole-Typs.

Probe Nr.	ACC-Modell		CC-Modell		CD-Modell	
	$\Delta \rho $ in %	$\Delta\varphi$ in mrad	$\Delta \rho $ in %	$\Delta\varphi$ in mrad	$\Delta \rho $ in %	$\Delta\varphi$ in mrad
1	0,56	0,18	0,53	0,29	0,51	0,56
2	0,16	0,97	0,19	1,05	0,21	1,71
3	0,08	0,52	0,08	0,56	0,31	1,98
4	0,14	0,62	0,14	0,73	0,32	3,81
5	0,20	0,66	0,22	0,91	0,22	2,16
6	0,17	1,42	0,18	1,58	0,22	1,72
7	0,07	0,58	0,11	0,63	0,15	1,20
8	0,16	0,58	0,22	1,04	0,40	2,79
9	0,12	0,33	0,14	0,25	0,64	4,53
10	0,11	0,50	0,33	2,76	0,23	2,66
11	0,31	0,45	0,36	1,00	0,64	4,69
12	0,34	0,78	0,33	1,24	0,59	4,85
13	0,15	1,09	0,42	3,84	0,23	2,78

ähnlich aus.

Das CD-Modell liefert größtenteils ungültige Werte für die Aufladbarkeit. In zehn Fällen wird eine Aufladbarkeit größer als 1 ausgegeben, was der Definition dieses Parameters widerspricht (Seigel, 1959; Pelton et al., 1983). Die Zeitkonstanten des CD-Modells unterscheiden sich meist stark von denen der beiden anderen Modelle. Bezüglich des Exponenten c zeigt sich, abgesehen von den Proben Nr. 10 und 13, eine gute Übereinstimmung zwischen dem Parameter des ACC- und des CC-Modells.

Der Blick auf die Modellparameter in Tabelle 4.4 zeigt, dass die mit dem ACC- und dem CC-Modell bestimmten Werte sowie die Parameter des CD-Modells nicht miteinander vergleichbar sind.

4.1.4 Anwendung der Debye-Zerlegung

Die Anwendung der Debye-Zerlegung (DZ) auf die IP-Spektren der Schlacke-Sand-Gemische liefert die in Tabelle 4.5 aufgeführten zusammenfassenden Parameter. Zusätzlich ist in den letzten beiden Spalten der Tabelle der RMS-Fehler der Amplituden- und Pha-

Tabelle 4.4: Die Aufladbarkeit m , die Zeitkonstante τ sowie die Exponenten c und a für die Anpassung des allgemeinen Cole-Cole-Modells (ACC), des ursprünglichen Cole-Cole-Modells (CC) und des Cole-Davidson-Modells (CD) an die IP-Spektren der Schlacke-Sand-Gemische.

Probe Nr.	ACC-Modell			CC-Modell			CD-Modell		
	m	τ in ms	c	a	m	τ in ms	c	m	a in 10^{-3}
1	0,070	0,113	0,42	0,680	0,051	0,124	0,484	17,754	0,215
2	0,149	0,184	0,469	0,455	0,119	0,040	0,436	662,541	0,019
3	0,135	0,124	0,439	1,079	0,130	0,182	0,461	824,926	0,018
4	0,172	0,022	0,331	3,383	0,204	0,731	0,361	781,239	0,023
5	0,223	34,183	0,401	0,446	0,192	3,744	0,350	359,223	0,043
6	0,225	74,518	0,322	0,476	0,198	5,934	0,283	1025,163	0,013
7	0,902	0,701	0,600	0,0600	0,096	0,315	0,609	48,648	0,279
8	0,100	0,234	0,576	3,051	0,115	1,564	0,639	0,272	15,058
9	0,302	1,002	0,419	1,005	0,305	1,011	0,415	603,215	0,051
10	0,453	338,053	0,633	0,180	0,291	17,217	0,437	1,629	985,541
11	0,414	314,246	0,375	0,496	0,371	41,439	0,320	262,556	13826,049
12	0,373	1332,99	0,391	0,481	0,343	153,384	0,319	0,816	22745,306
13	0,337	46606,892	0,739	0,321	0,341	8054,41	0,417	0,345	62885,317

Kapitel 4 Anwendungen

senwinkelanpassung angegeben. Beim Vergleich mit Tabelle 4.3 wird deutlich, dass die Anpassung mit dem DZ-Ansatz deutlich besser gelingt als mit den herkömmlichen Cole-Cole-Modellen.

Tabelle 4.5: Die Gesamtauffladbarkeit m_S , die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$, der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ und der Gleichstromwiderstand ρ_0 der 13 Schlacke-Sand-Gemische sowie die zugehörigen RMS-Fehler der Amplitudenanpassung $\Delta|\rho|$ und der Phasenwinkelanpassung $\Delta\varphi$.

Probe Nr.	m_S	$\bar{\tau}$ (10^{-3} s)	U_τ	ρ_0 (Ωm)	$\Delta \rho $ (%)	$\Delta\varphi$ (mrad)
1	0,039	0,796	5,370	141,659	0,56	0,02
2	0,063	0,379	5,888	120,147	0,04	0,32
3	0,092	2,666	5,623	112,931	0,45	0,05
4	0,176	11,218	85,114	136,578	0,48	0,10
5	0,166	8,881	165,959	105,614	0,10	0,04
6	0,160	17,232	870,964	98,894	0,05	0,00
7	0,147	0,327	1,000	242,287	0,27	0,04
8	0,101	4,891	6,166	103,050	0,31	0,84
9	0,260	3,018	21,380	87,603	0,10	0,03
10	0,321	11,404	281,838	194,242	0,15	0,09
11	0,349	39,756	954,993	172,712	0,23	0,26
12	0,312	121,127	426,580	147,254	0,30	0,20
13	0,358	842,766	7762,471	283,001	0,11	0,09

Neben einer akzeptablen Anpassung an die gemessenen Daten wird von einem Modell erwartet, dass seine Parameter eine physikalische Bedeutung besitzen bzw. mit physikalischen Eigenschaften der untersuchten Proben korrelieren. In diesem Zusammenhang werden für die Schlacke-Sand-Gemische zwei Beziehungen näher betrachtet. Neben dem Einfluss des Schlackeanteils auf die Aufladbarkeit der Modelle des Cole-Cole-Typs bzw. die Gesamtauffladbarkeit des DZ-Ansatzes wird die Bedeutung der Größe der Schlackekörner für die Zeitkonstante der Modelle des Cole-Cole-Typs bzw. für die mittlere Relaxationszeit untersucht. Tabelle 4.6 gibt die Korrelationskoeffizienten für beide Beziehungen wieder. In Abbildung 4.3 ist die Zeitkonstante τ der Modelle des Cole-Cole-Typs bzw. die mittlere Relaxationszeit des DZ-Ansatzes über der maximalen Korngröße d der Schlackekörner aufgetragen. Die durchgezogene Linie repräsentiert jeweils den gefundenen Zusammenhang, der durch

$$\tau_{DZ}(d) = 0.008 \cdot d^{1.54}. \quad (4.2)$$

für den DZ-Ansatz bzw. durch

$$\tau_{CC}(d) = 0.007 \cdot d^{1.97} \quad (4.3)$$

für das CC-Modell und durch

$$\tau_{CD}(d) = 0.278 \cdot d^{2.23} \quad (4.4)$$

für das CD-Modell beschrieben wird. Auf die Berechnung einer Korrelationsgeraden für das ACC-Modell wurde verzichtet, da der Zusammenhang zwischen der zugehörigen Zeitkonstante und der Korngröße d deutlich schlechter ist als beim CC- und CD-Modell.

Tabelle 4.6: Korrelationskoeffizienten der Aufladbarkeit bzw. Gesamtaufladbarkeit m mit dem Schlackeanteil für die Proben Nr. 1 bis 3 sowie der Zeitkonstante bzw. mittleren Relaxationszeit τ mit der Korngröße für Proben Nr. 7 bis 13.

	ACC-Modell	CC-Modell	CD-Modell	DZ-Ansatz
Schlackeanteil (1-3) und m	0,772	0,922	0,945	0,997
Korngröße (7-13) und τ	0,813	0,809	0,962	0,870

Für das CC-Modell wurde von Pelton et al. (1978) und Olhoeft (1985) ein ähnliches Potenzgesetz wie in Gleichung 4.3 gefunden. Sie bestimmten für den Zusammenhang zwischen der Zeitkonstante des CC-Modells und dem Durchmesser polarisierbarer Partikel 2 als Exponenten der Korngröße. Das elektrochemische Modell von Wong (1979) bestätigt diese Beziehung, jedoch nur für Körner mit einem Radius größer als 0,1 mm. Der Exponent verringert sich auf 1 für kleinere Körner. Vernachlässigt man die Schlacke-Sand-Probe mit den kleinsten Schlackekörnern ($\leq 0,1$ mm), so erhöht sich der Exponent der Korngröße in Gleichung 4.2 auf 1,74. Es wird angenommen, dass durch die Oberflächenrauigkeit der Schlackekörner die mittlere Relaxationszeit und dadurch auch der Exponent herabgesetzt werden. Betrachtet man den Polarisierungseffekt an glatten Kugeln in einer elektrolytischen Lösung theoretisch, ist ein Exponent von 2 zu erwarten (Schwarz, 1962).

4.1.5 Fazit

Die Untersuchung der IP-Spektren an Schlacke-Sand-Gemischen bietet auf Grund der definierten Probenzusammensetzung eine gute Möglichkeit, die etablierten Modelle der Cole-Cole-Familie und die Zerlegung in Debye-Modelle an realen Messdaten zu testen. Beim Vergleich der Ansätze richtet sich das Augenmerk auf zwei Kriterien:

1. Ein Modell ist eine Vereinfachung bzw. Verallgemeinerung der Beobachtung. Es ist nur dann sinnvoll gewählt, wenn es die gemessenen IP-Spektren möglichst exakt reproduzieren kann.
2. Die Aufgabe von Modellen der SIP ist die Bereitstellung von Parametern, die eine quantitative Auswertung der gemessenen IP-Spektren erlauben. Für die Ableitung

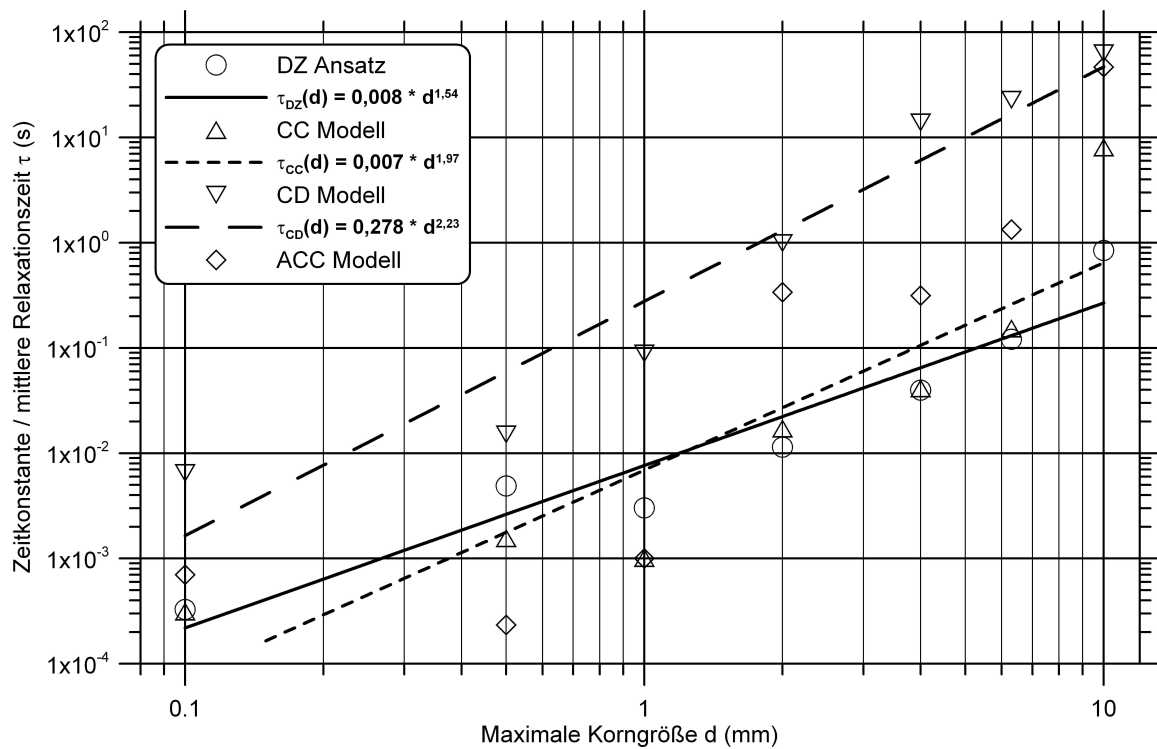


Abbildung 4.3: Die Zeitkonstante aus den Modellen des Cole-Cole-Typs sowie die mittlere Relaxationszeit aus der Debye-Zerlegung aufgetragen über der maximalen Größe der Schlackekörner in doppeltlogarithmischem Maßstab.

von Aussagen ist wichtig, dass die Modellparameter mit anderen physikalischen Größen bzw. Eigenschaften der untersuchten Proben korrelieren.

Bei der Anpassung an die gemessenen Daten schneidet der Ansatz der Debye-Zerlegung deutlich besser ab als die Modelle des Cole-Cole-Typs. Der wesentliche Nachteil der Cole-Cole-Modelle liegt in ihrer starren Form, was bei Betrachtung von den in Tabelle 2.1 aufgeführten Asymptotensteigungen der jeweiligen Phasenkurve deutlich wird. Besonders das Cole-Davidson-Modell ist mit der Steigung 1 auf der niederfrequenten Seite des Phasenmaximums zu unflexibel, um die meisten Spektren der Schlacke-Sand-Gemische akzeptabel zu beschreiben. Existiert im Phasenspektrum mehr als ein lokales Maximum, so versagt auch das allgemeine Cole-Cole-Modell. Eine Erweiterung des Modells um zusätzliche Cole-Cole-Terme könnte eine bessere Anpassung liefern. Dieser Schritt führt jedoch zu einem neuen Modell, dessen Parameter nicht mit dem vorherigen vergleichbar sind. In der Regel erlauben die Modelle des Cole-Cole-Typs nur eine Anpassung auf einem eingeschränkten Frequenzbereich, so dass Teile des gemessenen Spektrums ignoriert werden müssen. Der Ansatz der Zerlegung in Debye-Modelle nutzt das gesamte zur Verfügung

stehende Spektrum.

Beim zweiten Aspekt, dem Zusammenhang zwischen Modellparametern und Probeneigenschaften, ergeben sich für die Zeitkonstante und die Aufladbarkeit der Modelle des Cole-Cole-Typs überraschend gute Korrelationen mit der Größe der Schlackekörner bzw. dem Schlackeanteil. Das Cole-Davidson-Modell fällt durch besonders hohe Korrelationskoeffizienten auf. Die Gesamtaufladbarkeit und die mittlere Relaxationszeit des neuen Ansatzes liefern ebenfalls überzeugende Korrelationen mit den entsprechenden Probeneigenschaften.

Betrachtet man beide Kriterien, so erzielt der Ansatz der Zerlegung in Debye-Modelle das beste Resultat, da neben einer exzellenten Anpassung eine gute Korrelation der Modellparameter mit den betrachteten Probeneigenschaften gegeben ist.

Die Messungen an Schlacke-Sand-Gemischen und die Auswertung mit dem neuen Ansatz haben gezeigt, dass elektronisch leitende Partikel, wie in diesem Fall Schlackekörner, einen Zusammenhang zwischen der mittleren Relaxationszeit und der Partikelgröße aufweisen. Die Beziehung lässt sich durch ein Potenzgesetz beschreiben und mit den theoretischen Überlegungen von Schwarz (1962) für Kugeln mit glatter Oberfläche in Verbindung bringen.

4.2 Lignit

Im Rahmen eines Forschungsprojektes der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen Otto von Guericke e. V. wurden Lignitproben petrophysikalisch untersucht (Nordsiek und Weller, 2008a). Im slowenischen Velenje wird diese Braunkohlenart, die zur Stromerzeugung eingesetzt wird, untertägig abgebaut. Aus dem Lignit austretendes Gas, unter anderem Kohlendioxid (CO_2) und Methan (CH_4), stellt ein großes Gefahrenpotenzial für den Abbau der Braunkohle dar, weil sich in der Braunkohle unter bestimmten Umgebungsbedingungen Ansammlungen des Gases bilden. Werden diese beim Abbau angetroffen, kann es zu untertägigen explosionsartigen Gasausbrüchen kommen.

4.2.1 Das visuelle Klassifikationssystem

Um zwischen verschiedenen Lignit-Typen unterscheiden zu können wurde von Markic et al. (2001) ein Klassifikationsschema entwickelt. Das System erlaubt mittels visueller Begutachtung eine Einteilung des abgebauten Materials in Lithotypen zwischen 1 und 15. Die Lithotypen 1 und 2 sind für anorganisches Material wie Sand oder Ton vorgesehen. Lignit wird in die Lithotypen 3 bis 15 eingeordnet, wobei der Lithotyp 3 für Material mit einer xylitischen Struktur steht und die Lithotypen 10 und 15 schwach bzw. stark gelifiziertes Lignit bezeichnen. Es ist bekannt, dass die von Gasansammlungen betroffenen Zonen mit Lithotypen ≥ 8 zusammenhängen, die sich durch eine fein-detritische Matrix bzw. durch Gelifizierung auszeichnen. Diese Einschränkung ermöglicht eine Vereinfachung des Lithotypensystems, indem es auf zwei Klassen beschränkt wird. Klasse A bezeichnet die Proben mit einem Lithotyp < 8 , die bezüglich möglicher Gasansammlungen als ungefährlich gelten. In Klasse B werden Proben mit Lithotypen ≥ 8 zusammengefasst, bei denen die Gefahr von Gasausbrüchen gegeben ist.

4.2.2 Das petrophysikalische Klassifikationsverfahren

Die Entwicklung eines Verfahrens zur Unterscheidung der Lithotypen mit Hilfe geophysikalischer Bohrlochmessverfahren war das Ziel des Forschungsprojektes. Neben den Messungen in Bohrungen wurden verschiedene petrophysikalische Untersuchungen durchgeführt. Von zahlreichen Proben aus Kernsektionen der untersuchten Bohrlöcher wurden IP-Spektren gemessen. Um die Lignitkerne in einem möglichst natürlichen Zustand zu untersuchen und die Austrocknung der Proben vernachlässigbar zu halten, wurden sie direkt nach der Präparation in die Messzellen eingebaut. Als Beispiel sind in der Abbildung 4.4 für jede der beiden Klassen zwei IP-Spektren dargestellt. Die Spektren der zur Klasse

A gehörenden Proben sind durch offene Dreiecke markiert, die der Klasse B durch Kreuze. Abbildung 4.4a zeigt die Amplitude des spezifischen elektrischen Widerstands. Die Spektren der Klasse A liegen beide über denen der Klasse B, eine Zuordnung einer Probe anhand der Amplitude ist aber auf Grund des geringen Unterschieds nicht sicher möglich. Die Spektren der Proben XV 26/3 (Klasse A) und XV 66/3 (Klasse B) trennen maximal $7\ \Omega\text{m}$. Ähnlich verhält es sich mit den in Abbildung 4.4b dargestellten Phasenwinkelspektren. In dem für in situ Messungen relevanten Frequenzbereich zwischen 1 Hz und 10 Hz zeigen die Spektren der Proben beider Klassen Phasenwinkel zwischen 2 und 8 mrad. Die Proben der Klasse B weisen für die betrachteten Frequenzen erkennbar größere Phasenwinkel auf als die Proben der Klasse A. Der Unterschied beträgt bei 10 Hz circa 5 mrad. Für eine sichere Lignit-Klassifizierung ist die unter Laborbedingungen beobachtete Differenz zu gering. Besonders in Anbetracht der beabsichtigten Anwendung des Verfahrens auf Daten von Bohrlochmessungen muss ein deutlicheres Unterscheidungsmerkmal gefunden werden.

Betrachtet man den gesamten untersuchten Frequenzbereich, so ist zu erkennen, dass die Phasenwinkelspektren der Klasse B größtenteils oberhalb der Phasenwinkelspektren der Klasse A verlaufen. Das heißt, dass bei den Proben der Klasse B für die meisten Frequenzen ein stärkerer Polarisierungseffekt zu erwarten ist und mit einer größeren Gesamtauffladbarkeit m_S gerechnet werden kann als bei den Proben der Klasse A. Mit dem spezifischen Gleichstromwiderstand ρ_0 lässt sich aus der Debye-Zerlegung ein weiterer erfolgversprechender Klassifizierungsparameter gewinnen.

Die Abbildungen 4.5a bis 4.5c zeigen sogenannte *Box-Whisker-Plots*. Während der Balken den gesamten Wertebereich kennzeichnet, markiert das Rechteck 50% der Werte. Berücksichtigt wurden die IP-Spektren von 39 Lignitproben. Der spezifische Gleichstromwiderstand, die Gesamtauffladbarkeit und die magnetische Suszeptibilität erscheinen für die Klassifizierung der Lignitproben am besten geeignet. Bei Betrachtung der Abbildungen 4.5a bis 4.5c wird deutlich, dass keiner der drei Parameter als alleiniges Klassifizierungsmerkmal verwendbar ist, da bei allen Überschneidungen im Wertebereich auftreten.

Es ist notwendig, ein auf allen drei Parametern beruhendes Klassifizierungssystem zu entwickeln. Die Grenzwerte für die Klassifizierung werden in zwei Schritten ermittelt. Zunächst erfolgt die Einordnung der Proben durch ihre Lithotypen in die Klassen A und B. Im zweiten Schritt wird eine Sortierung anhand der drei Parameter durchgeführt. Abbildung 4.6 verdeutlicht anhand der Darstellung von spezifischem Gleichstromwiderstand und magnetischer Suszeptibilität, wie die Grenzen zwischen den Klassen A und B für diese beiden Parameter bestimmt wurden. Für den spezifischen Gleichstromwiderstand wird der Grenzwert so gewählt, dass alle Proben der Klasse A darüber liegen. Für die magnetische Suszeptibilität gilt, dass alle Proben der Klasse B unterhalb des Limits sind.

Bei der Gesamtauffladbarkeit wird die Grenze so gewählt, dass möglichst wenige Proben

in die jeweils falsche Klasse sortiert werden. Die auf diese Weise ermittelten Grenzwerte für die Klassifizierung mit Hilfe der drei Parameter sind der Tabelle 4.7 zu entnehmen. 38 der 39 Proben werden von mindestens zwei Parametern der richtigen Klasse zugeordnet.

Tabelle 4.7: Grenzen für die Klassifizierung anhand der drei Parameter spezifischer Gleichstromwiderstand ρ_0 , Gesamtaufladbarkeit m_S und magnetische Suszeptibilität κ .

	ρ_0	m_S	κ
Klasse A	$> 66 \Omega\text{m}$	$< 0,066$	$< -1,75 \cdot 10^{-6}$
Klasse B	$< 66 \Omega\text{m}$	$> 0,066$	$> -1,75 \cdot 10^{-6}$

Eine petrophysikalische Erklärung bezüglich des Zusammenhangs der Gesamtaufladbarkeit mit dem Lithotyp kann bei Betrachtung des Porenraums im Lignit gegeben werden. Für Proben eines höheren Lithotyps ist ein feiner strukturierter Porenraum zu erwarten. Dies entspricht einer größeren inneren Oberfläche, was zu einem größeren Leitfähigkeitsbeitrag der Grenzfläche zwischen Porenraum und Lignitmatrix führt. Die Grenzflächenleitfähigkeit ist verantwortlich für Polarisierungseffekte, die mit den SIP-Messungen beobachtet und durch die Gesamtaufladbarkeit ausgedrückt werden. Die Tatsache, dass die Proben der Klasse B größtenteils einen geringeren Gleichstromwiderstand aufweisen als die Proben der Klasse A kann ebenfalls auf den Beitrag der Grenzflächenleitfähigkeit zurückgeführt werden. Für die in Klasse B eingeordneten Proben ist eine höhere magnetische Suszeptibilität zu beobachten als für die Proben der Klasse A. Genauer gesagt besitzen fast alle Proben der Klasse A negative Suszeptibilitätswerte, das heißt sie zeigen ein diamagnetisches Verhalten. Die negativen Suszeptibilitätswerte können durch die xylitischen Komponenten im Lignit verursacht werden. Eigene Untersuchungen haben gezeigt, dass Holz in einigen Fällen zu den Diamagnetika zählt.

4.2.3 Fazit

Die Unterscheidung von Lignit in zwei Klassen von Lithotypen durch Bestimmung des spezifischen Gleichstromwiderstands, der Gesamtaufladbarkeit und der magnetischen Suszeptibilität erscheint vielversprechend. Zwei der drei relevanten Parameter werden von der Debye-Zerlegung als zusammenfassende Parameter eines IP-Spektrums bereitgestellt. Die Anwendbarkeit des Klassifikationsverfahrens in der Praxis, das heißt auf Daten von Bohrlochmessungen unter Tage, konnte noch nicht überprüft werden. Unter den idealisierten Laborbedingungen ist der Nutzen des neuen Ansatzes zur Auswertung von IP-Spektren deutlich erkennbar. Die Grenzen für den spezifischen Gleichstromwiderstand, die magnetische Suszeptibilität und die Gesamtaufladbarkeit sind nur vorläufig gewählt. Sie beruhen

auf 39 Proben aus den ersten beiden Bohrungen, die im Rahmen des Projektes durchgeführt wurden. Eine Verbreiterung der Datenbasis durch die Aufnahme weiterer Proben wird möglicherweise zu einer leichten Verschiebung der Grenzwerte führen.

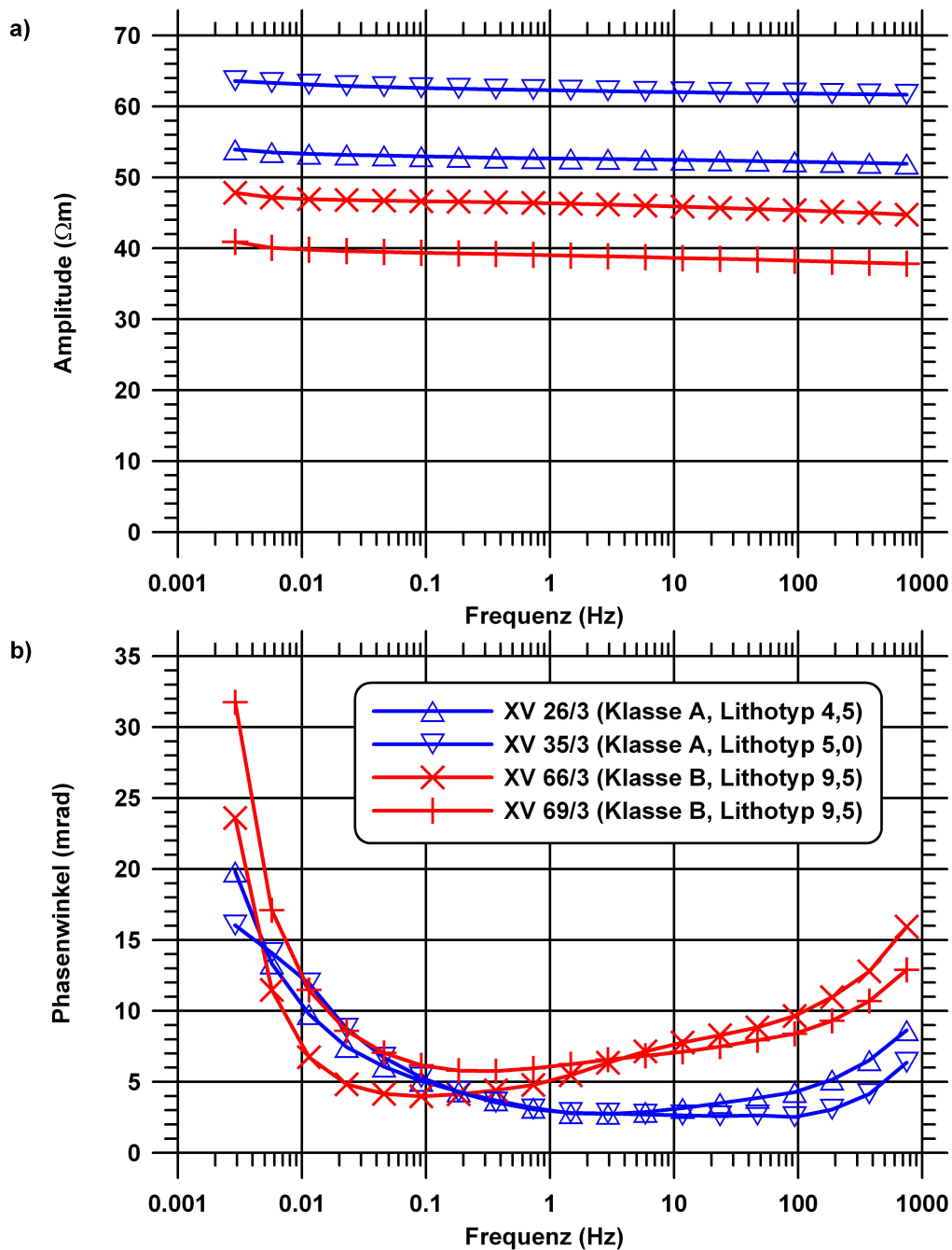


Abbildung 4.4: IP-Spektren von jeweils zwei Lignitproben aus den Klassen A und B. Klasse A beinhaltet die Proben, die auf Grund des Lithotyps als ungefährlich eingestuft werden. Bei dem Material in Klasse B ist die Gefahr von Gasausbrüchen gegeben. a) Die Spektren der Amplitude des spezifischen elektrischen Widerstands. b) Die Spektren des Phasenwinkels.

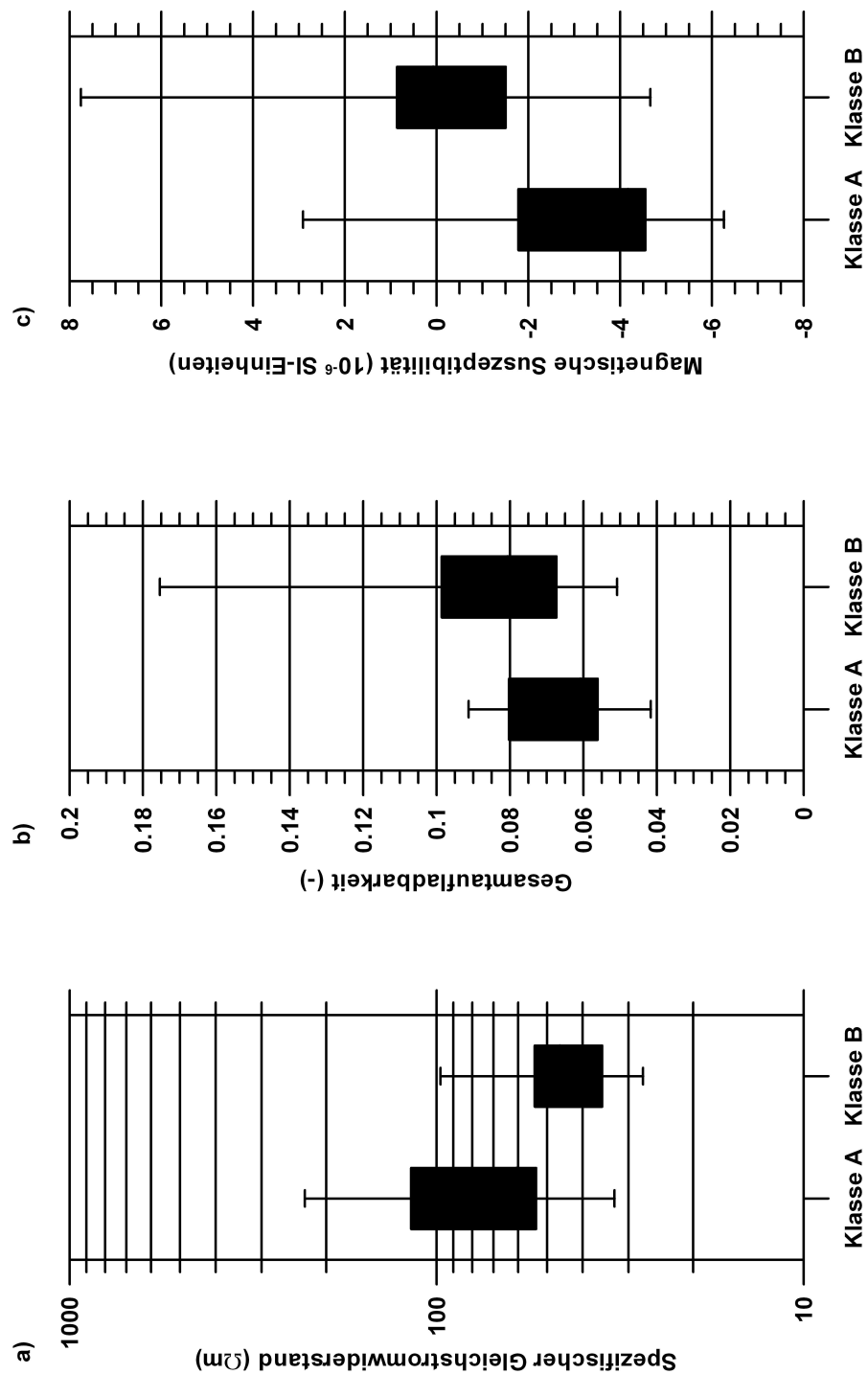


Abbildung 4.5: Verteilung a) des spezifischen Gleichstromwiderstands ρ_0 , b) der Gesamtauf ladbarkeit m_S und c) der magnetischen Suszeptibilität κ bezüglich der Klassen A und B. Der Balken kennzeichnet den gesamten Wertebereich, das ausgefüllte Rechteck markiert 50% der Werte.

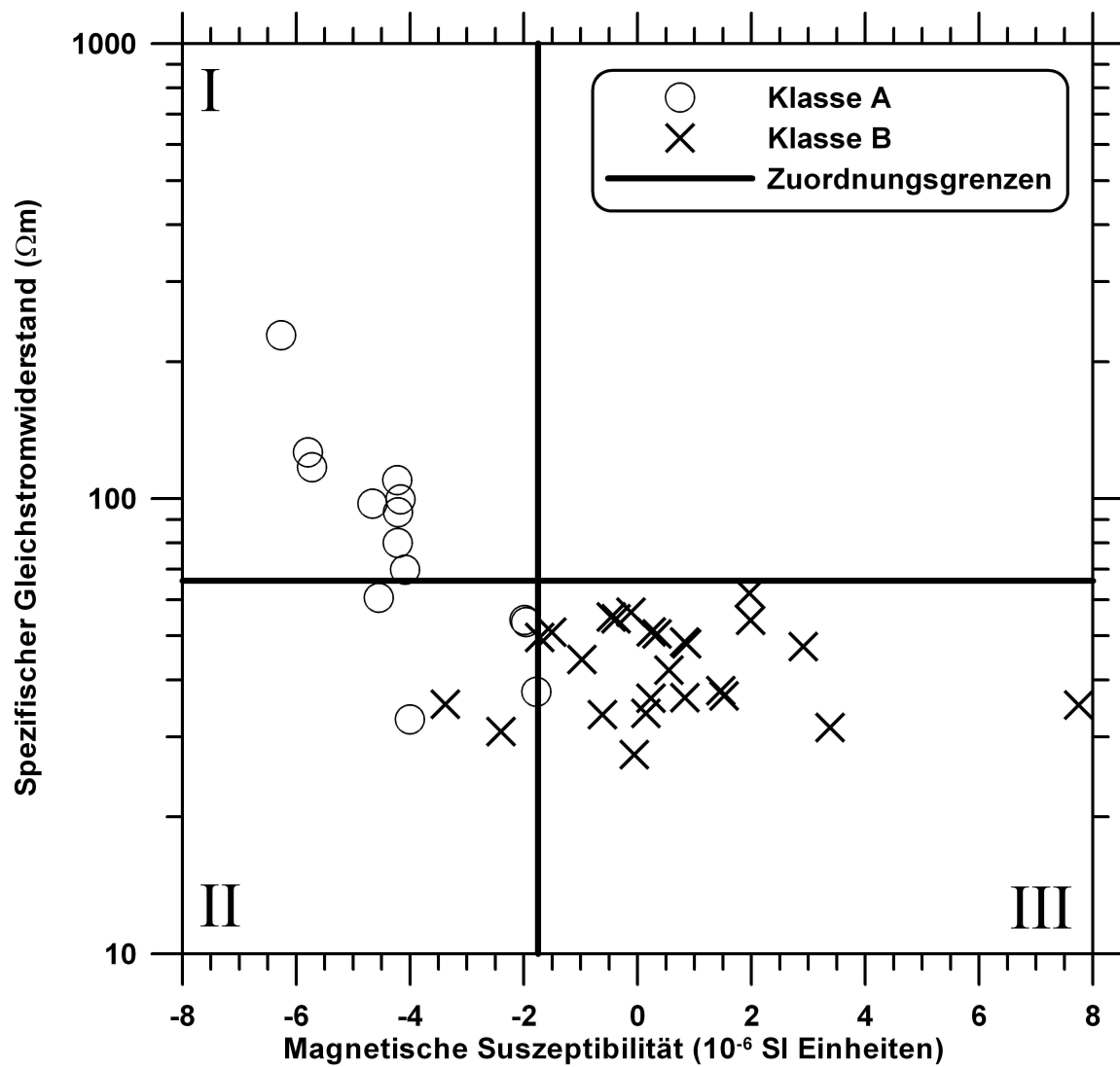


Abbildung 4.6: Darstellung des spezifischen Gleichstromwiderstands über der magnetischen Suszeptibilität zur Verdeutlichung der Vorgehensweise bei der Klassifizierung der Lignitproben. Die Proben im Bereich I werden der Klasse A zugeschrieben. Die Proben des Bereichs III fallen in die Klasse B. Im Bereich II ist anhand des Gleichstromwiderstands und der magnetischen Suszeptibilität keine eindeutige Zuordnung möglich.

4.3 Sandsteine

Sandsteinen kommt auf Grund ihrer Porosität und Permeabilität eine große Bedeutung als Speichergestein zu. Neben ihrer Funktion als potenzielle Öl- bzw. Gasreservoirs sind sie bei der Versorgung mit Grundwasser als Aquifer von enormer Wichtigkeit. Erkenntnisse über die Struktur und den Inhalt des Porenraums der Sandsteine sind in allen Anwendungsbereichen von Interesse. Die Ableitung dieser Informationen aus IP-Messungen und NMR-Daten ist Ziel aktueller Untersuchungen (Binley et al., 2005; Pape und Clauser, 2009).

Für die Funktion als Speichergestein ist die Permeabilität K der Sandsteine neben der Porosität ϕ die wichtigste petrophysikalische Größe. Weitere Parameter, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden, ergeben sich aus ihrem direkten Zusammenhang mit den Ursachen des IP-Effektes. Da es sich bei der Induzierten Polarisation um einen Vorgang handelt, der sich an der Grenzfläche von Porenraum und Gesteinsmatrix abspielt, kommt der Größe dieser Fläche eine besondere Bedeutung zu. Beschrieben wird sie mit der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} als Quotient aus der inneren Oberfläche und dem Volumen des Porenraums. Die Größe der Poren spielt ebenfalls eine wichtige Rolle für die an Sandsteinen zu beobachtende Membranpolarisation. Genauer betrachtet ist der Polarisierungseffekt an die Engstellen im Porenraum, die sogenannten Porenhälsen, gebunden. Eine durch Quecksilber-Injektion bestimmte Porenradienverteilung beschreibt die Häufigkeit des Vorkommens der unterschiedlichen Porengrößen in einem Gestein. Der dominante Porenhalsdurchmesser D_{dom} kann daraus als charakteristischer Parameter berechnet werden.

Die Beziehung der SIP zur inneren Oberfläche wird in diesem Abschnitt ebenso untersucht wie ein möglicher Zusammenhang mit dem dominanten Porenhalsdurchmesser. Es wird geprüft, ob die SIP zur Abschätzung der Permeabilität geeignet ist. Vor diesem Hintergrund erfolgt ein Vergleich mit dem ebenfalls porenraumbezogenen Verfahren der NMR. Bei allen Betrachtungen werden die IP-Spektren durch die zusammenfassenden Parameter der Debye-Zerlegung beschrieben.

Für die Untersuchungen stehen zwei Probensätze zur Verfügung. In den ersten Abschnitten dieses Kapitels werden 23 ungebänderte, als isotrop eingestufte Sandsteine aus Großbritannien und Deutschland betrachtet. Da die ausgewerteten Daten aus Veröffentlichungen unterschiedlicher Autoren entnommen wurden, sind nicht für jede Probe alle interessierenden petrophysikalischen Parameter verfügbar. Ausführliche Informationen zu den einzelnen Proben dieses Satzes sind den Arbeiten von Scott (2004), Breede (2006), Kruschwitz (2007) bzw. Schröder (2008) zu entnehmen. In allen Fällen wurden die Proben mit Natriumchloridlösungen gesättigt, deren elektrische Leitfähigkeit bei circa 100 mS/m lag. Der zweite Satz umfasst 53 Sandsteinproben aus einer Bohrung, die in die Bahariya-

Formation im ägyptischen Abu Gharadig Becken abgeteuft wurde. Das Material ist teilweise durch eine deutlich erkennbare Bänderung gekennzeichnet, die je nach Teufe unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Um die Anisotropie des Materials zu berücksichtigen, wurden Proben sowohl parallel als auch senkrecht zur Bänderung aus verschiedenen Teufen der Bohrung gewonnen. Erstere werden im Folgenden als horizontale und letztere als vertikale Proben bezeichnet. Auf eine ausführliche Beschreibung des Probenmaterials wird an dieser Stelle verzichtet und für weiterführende Informationen auf die Arbeiten von Athmer (2005) und Halisch et al. (2009) verwiesen. Im Unterschied zu den Sandsteinen aus Großbritannien und Deutschland ist die Richtungsabhängigkeit einzelner Parameter bei den gebänderten Proben der Bahariya-Formation zu berücksichtigen. Während die innere Oberfläche, die Porosität, der dominante Porenhalsdurchmesser und die aus NMR-Messungen ermittelten mittleren T_1 - und T_2 -Relaxationszeiten zu den Größen zählen, mit denen sich keine Anisotropie feststellen lässt, kann bei der Permeabilität gegebenenfalls eine Vorzugsrichtung beobachtet werden. Ebenso ist die SIP ein Verfahren, bei dem die Richtungsabhängigkeit zu berücksichtigen ist. Da der elektrische Ladungstransport über die Ionen im Porenfluid erfolgt, muss im Fall einer anisotropen Probe ihre Orientierung beachtet werden. Aus diesem Grund werden bei der Betrachtung der inneren Oberfläche (Abschnitt 4.3.1) und des Porenhalsdurchmessers (Abschnitt 4.3.2) ausschließlich die ungebänderten Proben berücksichtigt. Bei der Betrachtung der Permeabilität in Abschnitt 4.3.3 steht wegen des größeren Umfangs an verfügbaren Messwerten der Bahariya-Datensatz im Mittelpunkt. Die ungebänderten Sandsteinproben werden nachträglich einbezogen.

Eine Übersicht über den Ursprung der Daten sowie Informationen zur Herkunft der ungebänderten Sandsteine aus Großbritannien und Deutschland enthält Tabelle A.1 im Anhang. Die verfügbaren petrophysikalischen Daten wurden in Tabelle A.2 zusammengestellt. Zu allen Proben beider Sätze existieren IP-Spektren, die mit dem Verfahren der Debye-Zerlegung ausgewertet wurden. Die zusammenfassenden Parameter der ungebänderten Sandsteine sind neben dem relativen Anpassungsfehler der Amplitude ($\Delta|\rho|$) und dem absoluten Anpassungsfehler des Phasenwinkels ($\Delta\varphi$) der Tabelle A.3 zu entnehmen. In den Tabellen A.4 und A.5 sind die für die vorliegende Arbeit relevanten Informationen zu den gebänderten Proben aus der Bahariya-Formation aufgeführt.

4.3.1 IP-Parameter und die innere Oberfläche

Börner und Schön (1991) untersuchen die komplexe elektrische Leitfähigkeit von Sandsteinen aus Frankreich und Deutschland. Die Spektren zeichnen sich im betrachteten Frequenzbereich zwischen 1 mHz und 10 kHz durch einen konstanten Phasenwinkel aus. Der Imaginärteil der Leitfähigkeit $\Im(\sigma_{1\text{ Hz}})$ bei einer Frequenz von 1 Hz verhält sich pro-

portional zu der auf das gesamte Gesteinsvolumen bezogenen inneren Oberfläche S_{tot} . Börner et al. (1996) können das CPA-Modell erfolgreich auf IP-Spektren von Lockerse-dimentproben anwenden und einen linearen Zusammenhang zwischen dem Imaginärteil der Leitfähigkeit und der porenvolumensspezifischen inneren Oberfläche S_{por} bestätigen. Weller und Börner (1996) beschreiben diesen Zusammenhang vereinfacht mit Hilfe der Logarithmen beider Größen:

$$\log(\Im(\sigma)) \sim \log(S_{por}). \quad (4.5)$$

Das Modell eines konstanten Phasenwinkels besitzt keine generelle Gültigkeit. Scott und Barker (2003) untersuchen die komplexe elektrische Leitfähigkeit von Sandsteinen aus Großbritannien im Bereich zwischen 0,1 Hz und 1 kHz. Anders als beim CPA-Modell zeigen viele IP-Spektren ein deutliches Phasenwinkelmaximum. Scott (2004) erweitert den Datensatz um Sandsteine aus Deutschland. Die meisten Phasenwinkelspektren lassen sich durch ein allgemeines Cole-Cole-Modell (ACC) beschreiben. Die Aufladbarkeit m charakterisiert in diesem Modell die Stärke des IP-Effektes. Um daraus eine von der Leitfähigkeit des Gesteins unabhängige Größe abzuleiten, wird die normierte Aufladbarkeit m_{nACC} betrachtet. Sie ist das Produkt der Aufladbarkeit m des allgemeinen Cole-Cole-Modells mit der Gleichstromleitfähigkeit σ_0 (Lesmes und Frye, 2001). Bei Betrachtung der normierten Aufladbarkeit m_{nACC} und der porenvolumensspezifischen inneren Oberfläche S_{por} findet Scott (2004):

$$m_{nACC} = 2,2 \cdot 10^{-4} \cdot (S_{por})^{0,67}, \quad (4.6)$$

wobei m_{nACC} in S/m angegeben wird. Für S_{por} wird hier und im Folgenden die Einheit $1/\mu\text{m}$ verwendet.

Auch Breede (2006) und Schröder (2008) begegnen bei ihren Untersuchungen Sandstein-spektren, die ein dem Cole-Cole-Modell ähnliches Verhalten zeigen. Schröder (2008) wählt für den Vergleich eigener Ergebnisse mit Daten von Breede (2006) und den Resultaten von Börner und Schön (1991) den Imaginärteil der Leitfähigkeit $\Im(\sigma)$ bei einer einzelnen Frequenz aus und findet für alle in den genannten Arbeiten untersuchten Sandsteine bei 0,7 Hz:

$$\Im(\sigma) = 0,016 \cdot S_{por}^{0,90}, \quad (4.7)$$

wobei $\Im(\sigma)$ in mS/m betrachtet wird.

Binley et al. (2005) führen IP-Messungen an Sandsteinen von zwei Lokationen in Groß-britannien durch. Anders als bei den bisherigen Ansätzen bevorzugen sie eine Korrelation zwischen S_{por} und der Zeitkonstante τ_{CC} , die aus der Anpassung eines ursprünglichen Cole-Cole-Modells bestimmt wurde:

$$\tau_{CC} = 7,823 \cdot S_{por}^{-1}, \quad (4.8)$$

wobei die Zeitkonstante τ_{CC} in Sekunden angegeben wird.

Kapitel 4 Anwendungen

Die zahlreichen Untersuchungen zum Zusammenhang der inneren Oberfläche mit einer aus IP-Messungen gewonnenen Größe sind auf Grund der unterschiedlichen IP-Parameter ($\Im(\sigma)$, m_{nACC} , τ_{CC}) schwer miteinander zu vergleichen. Es ist zu prüfen, ob der Ansatz der Debye-Zerlegung bei dieser Fragestellung sinnvoll eingesetzt werden kann und eine allgemeingültige Beziehung liefert.

In den Gleichungen 4.5 bis 4.7 wird von einem Zusammenhang zwischen der inneren Oberfläche und einem die Stärke des IP-Effektes beschreibenden Parameter ausgegangen. Sie beziehen sich auf die Aufladbarkeit oder den Imaginärteil der Leitfähigkeit. Von den zusammenfassenden Parametern der Debye-Zerlegung bietet sich die Gesamtaufladbarkeit als eine entsprechende Größe an. Um den Einfluss des Gleichstromwiderstands der Probe auf die Aufladbarkeit zu eliminieren, wird, analog zu der normierten Aufladbarkeit m_{nACC} von Scott (2004), die normierte Gesamtaufladbarkeit m_{nDZ} als Quotient aus der Gesamtaufladbarkeit m_S und dem spezifischen Gleichstromwiderstand ρ_{DC} betrachtet. Die normierte Gesamtaufladbarkeit m_{nDZ} (in mS/m) ist in Abbildung 4.7 über der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} doppeltlogarithmisch aufgetragen. Für beide Parameter wird für 23 Sandsteinproben die Beziehung

$$m_{nDZ} = 7,32 \cdot 10^{-2} \cdot S_{por}^{1,02} \quad (4.9)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,62$ gefunden und in Abbildung 4.7 als durchgezogene Linie dargestellt. In Abbildung 4.7 wurden neben Ergebnissen von Breede (2006), Kruschwitz (2007) und Schröder (2008) auch Daten von Scott (2004) genutzt. Im Unterschied zu den drei erstgenannten Quellen wird die innere Oberfläche der Sandsteinproben bei Scott (2004) nicht auf das Porenvolumen bezogen, sondern als massenbezogene Größe S_m in m^2/g angegeben. Die Umrechnung in die porenvolumenspezifische innere Oberfläche S_{por} erfolgt definitionsgemäß mit

$$S_{por} = \frac{1 - \phi}{\phi} \cdot S_m \cdot d_K, \quad (4.10)$$

wobei d_K für die Korndichte steht und ϕ die Porosität bezeichnet. Die Korndichte der einzelnen Sandsteinproben ist, anders als die Porosität ϕ , nicht bekannt. Die Abschätzung der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} erfolgt unter der Annahme einer einheitlichen Korndichte. Die in Tabelle A.2 aufgeführten Werte von S_{por} für die Proben von Scott (2004) basieren auf der typischen Quarz-Korndichte von $d_K = 2,65 \text{ g/cm}^3$, siehe z. B. Schön (1983).

Angeichts des Exponenten von S_{por} in Gleichung 4.9 ist es naheliegend, von einer linearen Beziehung zwischen der normierten Gesamtaufladbarkeit und der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche auszugehen. Eine Überprüfung ergibt für eine Ursprungsgerade

$$m_{nDZ} = 7,21 \cdot 10^{-2} \cdot S_{por} \quad (4.11)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,66$. Der lineare Zusammenhang zwischen m_{nDZ} und S_{por} ist in Abbildung 4.7 als gestrichelte Gerade eingezeichnet.

Binley et al. (2005) finden für die Zeitkonstante τ_{CC} des Cole-Cole-Modells den in Gleichung 4.8 beschriebenen und in Abbildung 4.8 als durchgezogene Linie dargestellten Zusammenhang mit der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche. In Abbildung 4.8 ist zu erkennen, dass diese Beziehung für die mittlere Relaxationszeit der Debye-Zerlegung für die hier betrachteten 23 Proben nicht bestätigt werden kann. Möglicherweise ist die von Binley et al. (2005) beobachtete Beziehung darauf zurückzuführen, dass es sich bei der Zeitkonstante τ_{CC} des Cole-Cole-Modells um keine echte Relaxationszeit handelt, sondern um eine Mischgröße, die vom Exponenten c des Cole-Cole-Modells beeinflusst wird.

4.3.2 IP-Parameter und der Porenhalsdurchmesser

Neben der in Gleichung 4.8 beschriebenen Beziehung finden Binley et al. (2005) einen weiteren Zusammenhang. Danach korreliert die Zeitkonstante τ_{CC} des Cole-Cole-Modells mit dem dominanten Porenhalsdurchmesser D_{dom} der betrachteten Sandsteine in Form von

$$\tau_{CC} = 0,011 \cdot D_{dom}^{1,04} \quad (4.12)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,61$. Der dominante Porenhalsdurchmesser wird in diesem Abschnitt in der Einheit μm betrachtet. Zeitkonstanten bzw. Relaxationszeiten werden in Sekunden angegeben.

Statt des ursprünglichen Cole-Cole-Modells passt Scott (2004) das flexiblere allgemeine Cole-Cole-Modell an IP-Spektren von Sandsteinen aus Großbritannien an und findet einen Zusammenhang zwischen der Zeitkonstante τ_{ACC} des Modells und dem dominanten Porenhalsdurchmesser D_{dom} . Die Güte der Korrelation hängt stark von einer einheitlichen inneren Oberfläche ab. Ändert sich zwischen den betrachteten Proben zum Beispiel der Tongehalt, so wird die Korrelation schlechter. Nach dem Ausschluss einiger Proben ergibt sich mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,74$:

$$D_{dom} = 7,9 \cdot \ln(\tau_{ACC}) + 10,6. \quad (4.13)$$

Scott (2004) weist darauf hin, dass die Zeitkonstante des allgemeinen Cole-Cole-Modells wegen der Asymmetrie des Modells nicht als dominante Relaxationszeit betrachtet werden kann. Die unterschiedlichen Asymptotensteigungen der Phasenwinkelkurve zu beiden Seiten des Maximums sind Tabelle 2.1 der vorliegenden Arbeit zu entnehmen.

Alternativ zu τ_{ACC} verwenden Scott und Barker (2005) eine aus der Frequenz f_{peak} des Phasenwinkelmaximums berechnete Zeitkonstante

$$\tau_{peak} = (2\pi f_{peak})^{-1} \quad (4.14)$$

Kapitel 4 Anwendungen

und korrelieren diese mit dem dominanten Porenhalsthroughmesser:

$$D_{dom} = 5,17 \cdot \ln(\tau_{peak}) + 27,7. \quad (4.15)$$

Mit $R^2 = 0,68$ ist das Bestimmtheitsmaß nur wenig schlechter als für Gleichung 4.13.

Kruschwitz (2007) bestimmt durch Anpassung eines doppelten Cole-Cole-Modells Zeitkonstanten für die IP-Spektren verschiedener Baustoffe. In einer gemeinsamen Darstellung mit Ergebnissen von Binley et al. (2005), Breede (2006) und Scott (2006) korreliert sie die Zeitkonstante τ_{2CC} mit dem Porenhalsthroughmesser. Auf Grund theoretischer Überlegungen, basierend auf Schwarz (1962), Fixman (1980) und Titov et al. (2002), wird von Kruschwitz (2007) ein Zusammenhang zwischen τ_{2CC} und dem Quadrat des dominanten Porenhalsthroughmessers erwartet. Die Korrelation der Form

$$\tau_{2CC} = 0,001 \cdot D_{dom}^{2,1} \quad (4.16)$$

gilt für Sandsteine mit einem Porenhalsthroughmesser größer $2\mu\text{m}$ mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,53$.

Um zu untersuchen, ob die Debye-Zerlegung einen deutlicheren Zusammenhang zwischen dem Zeitparameter und der Porengröße liefert, werden die mittleren Relaxationszeiten der ungebänderten Sandsteine ausgewertet. In Abbildung 4.9 wurde die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ aus der Debye-Zerlegung der IP-Spektren doppeltlogarithmisch über dem dominanten Porenhalsthroughmesser aufgetragen. Letzterer ist für 16 der 23 Sandsteine verfügbar. Für 14 Proben mit $D_{dom} > 2\mu\text{m}$ wird die Korrelationsgleichung

$$\bar{\tau} = 2,36 \cdot 10^{-3} \cdot D_{dom}^{1,44} \quad (4.17)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,37$ gefunden. Die von Kruschwitz (2007) erwartete lineare Beziehung zwischen dem Zeitparameter und dem Quadrat des dominanten Porenhalsthroughmessers ist als gestrichelte Linie in Abbildung 4.9 eingezeichnet. Abgesehen von der Probe Sa 7 aus dem Datensatz von Scott (2004) scheinen alle Proben mit einem dominanten Porenhalsthroughmesser $D_{dom} > 2\mu\text{m}$ diesem Zusammenhang zu entsprechen. Lässt man die Probe Sa 7 in der Korrelationsberechnung unberücksichtigt, so ergibt sich

$$\bar{\tau} = 2,44 \cdot 10^{-4} \cdot D_{dom}^{2,11} \quad (4.18)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,56$.

4.3.3 IP-Parameter und die Permeabilität

Zur Bestimmung der Permeabilität K eines Gesteins existieren verschiedene Ansätze, denen unterschiedlich starke Vereinfachungen zu Grunde liegen. Aus einem Vergleich des

Gesetzes von Hagen-Poiseulle mit der D'Arcy-Gleichung leitet Debschütz (1995) für ein Bündel gerader Kapillaren mit gleichem Radius r die Beziehung

$$K = \frac{1}{8} \cdot \phi \cdot r^2 \quad (4.19)$$

ab, wobei ϕ die Porosität bezeichnet.

Um das Auftreten unterschiedlich großer Porenradien zu berücksichtigen, wird in der Kozeny-Carman-Gleichung ein effektiver Porenradius r_{eff} verwendet:

$$K = \frac{1}{8 \cdot F} \cdot r_{eff}^2. \quad (4.20)$$

Statt der Porosität geht in die Beziehung 4.20 der Formationswiderstandsfaktor F ein, der sich nach Archie (1942) als Quotient

$$F = \frac{\rho_{Probe}}{\rho_{Fluid}} \quad (4.21)$$

aus dem spezifischen Widerstand ρ_{Probe} des gesättigten Gesteins und dem spezifischen Widerstand ρ_{Fluid} des Sättigungsfluids ergibt. Debschütz (1995) beschreibt F als Korrekturfaktor zwischen der äußeren Geometrie des Gesteinskörpers und der Geometrie des Porenraums. Eine wichtige Rolle spielt in diesem Zusammenhang die Tortuosität T . Sie wird von Lesmes und Friedman (2005) vereinfacht als Quadrat des Verhältnisses der effektiven Porenkanallänge L' zur äußeren Probenlänge L ausgedrückt:

$$T = \left(\frac{L'}{L} \right)^2. \quad (4.22)$$

Der Formationswiderstandsfaktor lässt sich als Quotient

$$F = \frac{T}{\phi} \quad (4.23)$$

aus Tortuosität T und Porosität ϕ formulieren (Lesmes und Friedman, 2005).

Für unverdichtete Sedimente fanden Börner et al. (1996) unter der Voraussetzung der Gültigkeit des CPA-Modells eine Beziehung, in die neben dem Formationswiderstandsfaktor F der Imaginärteil der Leitfähigkeit $\Im(\sigma)$ eingeht:

$$k = a \cdot F^{-1} \cdot \Im(\sigma)^{-c}, \quad (4.24)$$

wobei a und c empirische Größen sind und k die hydraulische Leitfähigkeit bezeichnet. Im Unterschied zur Permeabilität K berücksichtigt die hydraulische Leitfähigkeit physikalische und chemische Eigenschaften des Sättigungsfluids. Bei den hier betrachteten

Kapitel 4 Anwendungen

Untersuchungen wird das Sättigungsfluid nicht verändert, so dass $k \sim K$ gilt. Slater und Glaser (2003) überprüfen Gleichung 4.24 an sandigen, unverdichteten Sedimenten und ermitteln

$$k = 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot F^{-1} \cdot \Im(\sigma)^{-1,4}, \quad (4.25)$$

wobei die hydraulische Leitfähigkeit in m/Tag und der Imaginärteil der elektrischen Leitfähigkeit in S/m verwendet wird.

Als Bedingung für die Gültigkeit der Kozeny-Carman-Gleichung wird vorausgesetzt, dass die Oberfläche der Poren hinreichend glatt ist. Von einer fraktalen Oberflächengeometrie im Porenraum geht das Pigeon-Hole-Modell (Pape et al., 1981) aus, das die Grundlage der PaRiS-Gleichung (Pape et al., 1987b) bildet:

$$\log_{10}(K \cdot F) = 2,677 - 3,1085 \cdot \log_{10}(S_{por}). \quad (4.26)$$

In dieser Form der PaRiS-Gleichung wird die Permeabilität in der veralteten Einheit 1 Darcy $\approx 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ angegeben. Nach der Umrechnung in SI-Einheiten ändert sich Gleichung 4.26 zu

$$\log_{10}(K \cdot F) = -9,323 - 3,1085 \cdot \log_{10}(S_{por}). \quad (4.27)$$

bzw.

$$K = 4,75 \cdot 10^{-10} \cdot F^{-1} \cdot S_{por}^{-3,11}, \quad (4.28)$$

mit S_{por} als porenvolumensspezifische innere Oberfläche in $1/\mu\text{m}$ und der Permeabilität K in m^2 .

Abbildung 4.10 zeigt das Produkt $K \cdot F$ aus Permeabilität und Formationswiderstandsfaktor in doppeltlogarithmischem Maßstab über S_{por} . Der Formationswiderstandsfaktor wurde mit Hilfe der Formel von Börner et al. (1996),

$$F = \frac{\sigma_W}{\Re(\sigma_{1,5\text{Hz}}) - 10 \cdot \Im(\sigma_{1,5\text{Hz}})}, \quad (4.29)$$

aus der Leitfähigkeit des Porenwassers σ_W sowie dem Real- und Imaginärteil $\Re(\sigma_{1,5\text{Hz}})$ bzw. $\Im(\sigma_{1,5\text{Hz}})$ der Leitfähigkeit der Probe bei 1,5 Hz bestimmt.

Das Ergebnis der PaRiS-Gleichung ist als theoretische Gerade in Abbildung 4.10 eingezeichnet. Für Proben unterhalb der Geraden wird davon ausgegangen, dass der Porenraum glatter ist als vom Pigeon-Hole-Modell angenommen wird. Proben oberhalb der Geraden wird dagegen eine feinere Struktur des Porenraums zugeschrieben. Die Abweichungen von der theoretischen Geraden werden von Pape et al. (1987a) durch einen zusätzlichen Term q_0 berücksichtigt. Aus Gleichung 4.26 wird damit

$$\log_{10}(K \cdot F) = 2,677 - 3,1085 \cdot \log_{10}(S_{por}) + 3,1085 \cdot \log_{10}(q_0 \cdot q_c), \quad (4.30)$$

wobei q_c besondere Eigenschaften bestimmter Gesteinsarten charakterisiert. Als Beispiel führen Pape et al. (1987a) Kalksteine mit besonders hoher Konstriktivität der Poren an. Für die hier betrachteten Sandsteine kann $q_c = 1$ gesetzt werden. Abbildung 4.10 zeigt, dass alle Proben der Bahariya-Formation unterhalb der theoretischen Geraden liegen. Als Ursache kommen tonig-schluffige Flasern im Porenraum der gebänderten Sandsteine in Frage, die zu einem glatteren Porenraum führen (Athmer, 2005).

Sawyer et al. (2001) tragen für Sandsteine aus den Appalachen die Permeabilität und den Formationswiderstandsfaktor ohne Berücksichtigung weiterer Größen gegeneinander auf. Sie finden die Beziehung

$$K = 1,34 \cdot 10^{-7} \cdot F^{-4,41}, \quad (4.31)$$

wobei die Permeabilität hier und im Folgenden in der Einheit m^2 betrachtet wird. In Abbildung 4.11 wurden die Daten von Sawyer et al. (2001) grafisch dargestellt. Der in Gleichung 4.31 beschriebene Zusammenhang ist als gestrichelte Linie eingezeichnet. Zusätzlich wurden in das Diagramm die Proben der Bahariya-Formation eingetragen, für die sich mit

$$K = 1,07 \cdot 10^{-7} \cdot F^{-4,83} \quad (4.32)$$

eine ähnliche Beziehung ergibt. Die durchgezogene Linie in Abbildung 4.11 veranschaulicht grafisch den durch Gleichung 4.32 beschriebenen Zusammenhang. Das Bestimmtheitsmaß liegt bei $R^2 = 0,65$.

Sawyer et al. (2001) zeigen, dass dem Formationswiderstandsfaktor bei der Bestimmung der Permeabilität eine wichtige Rolle zukommt. Als einziger Parameter reicht er für eine zuverlässige Abschätzung dieser Gesteinseigenschaft jedoch nicht aus. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 4.12 die aus Gleichung 4.32 berechnete Permeabilität K_{SIP} über der gemessenen Permeabilität K_{gem} in doppeltlogarithmischer Darstellung. Um die Qualität der Permeabilitätsabschätzung nicht nur durch das Bestimmtheitsmaß R^2 auszudrücken, sondern auch grafisch zu vermitteln, wird mit gestrichelten Linien ein Bereich von jeweils einer Dekade Abweichung zu beiden Seiten der Diagonalen begrenzt. Acht von 53 Proben liegen nach Berechnung der Permeabilität mit Gleichung 4.32 außerhalb dieses Bereichs.

Eine Kombination aus der PaRiS-Gleichung, in die auch die innere Oberfläche eingeht, und dem Ansatz von Sawyer et al. (2001), der sich durch einen frei bestimmbar Exponenten des Formationswiderstandsfaktors auszeichnet, steht im Mittelpunkt der folgenden Betrachtungen. Nach Gleichung 4.11 hängt die porenvolumensspezifische innere Oberfläche S_{por} linear mit der normierten Gesamtaufladbarkeit zusammen. Der Formationswiderstandsfaktor F ist unter der Annahme eines konstanten spezifischen Widerstands des Sättigungsfluids nach Gleichung 4.21 proportional zum spezifischen Gleichstromwiderstand der Probe. Berücksichtigt man die Definition der normierten Gesamtaufladbarkeit m_{nDZ} als Quotient aus der Gesamtaufladbarkeit m_S und dem spezifischen Gleichstromwiderstand ρ_0 , so kann die PaRiS-Gleichung 4.28 wie folgt modifiziert und verallgemeinert

Kapitel 4 Anwendungen

werden:

$$K = a \cdot \rho_0^b \cdot m_S^c, \quad (4.33)$$

mit den Koeffizienten a , b und c , die empirisch zu bestimmen sind.

Die Untersuchung der Permeabilität K in Abhängigkeit vom Gleichstromwiderstand ρ_0 in Ωm und der dimensionslosen Gesamtaufladbarkeit m_S erfolgt mit Hilfe einer multivariaten Regressionsanalyse, die z. B. bei Backhaus et al. (2006) beschrieben wird. Sie liefert für die Proben der Bahariya-Formation:

$$K = 2,95 \cdot 10^{-11} \cdot \rho_0^{-2,84} \cdot m_S^{-3,18}. \quad (4.34)$$

Als Bestimmtheitsmaß wird ein Wert von $R^2 = 0,82$ berechnet.

Der Abbildung 4.12 folgend wurde die aus Gleichung 4.34 berechnete Permeabilität K_{SIP} über der gemessenen Permeabilität K_{gem} in Abbildung 4.13 aufgetragen. Die Zahl der Proben, die außerhalb des mit gestrichelten Linien markierten Bereichs liegen, konnte mit dem in Gleichung 4.34 beschriebenen multivariaten Ansatz auf drei reduziert werden.

Bei der Auswertung von IP-Daten im Zeitbereich aus Bohrlochmessungen finden Pape und Vogelsang (1996), dass eine Beziehung zwischen der Permeabilität und einem Zeitparameter besteht, der als *extreme relaxation time* bezeichnet wird. Binley et al. (2005) zeigen, dass für die von ihnen untersuchten britischen Sandsteine eine Korrelation zwischen der Zeitkonstante des Cole-Cole-Modells und der hydraulischen Leitfähigkeit existiert. Kemna et al. (2005) passen eine Überlagerung mehrerer Cole-Cole-Modelle an IP-Spektren von Sanden an und finden für die größte Zeitkonstante der Modelle einen Zusammenhang mit der hydraulischen Leitfähigkeit. Ausgehend von diesen Untersuchungen ist es naheliegend, eine Beziehung zwischen einer Zeitkonstante bzw. der Relaxationszeit und der hydraulischen Leitfähigkeit oder Permeabilität zu erwarten. Die Debye-Zerlegung stellt mit der mittleren Relaxationszeit $\bar{\tau}$ einen Parameter zur Verfügung, der in Gleichung 4.34 noch nicht berücksichtigt wurde. Gleichung 4.33 lässt sich zu

$$K = a \cdot \rho_0^b \cdot m_S^c \cdot \bar{\tau}^d \quad (4.35)$$

erweitern, wobei der Koeffizient d eine zusätzliche empirische Größe ist. Wird die multivariate Regressionsanalyse um $\bar{\tau}$ (in Sekunden) ergänzt, so lässt sich ein besseres Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,85$ erzielen. Die zugehörige Gleichung lautet:

$$K = 3,56 \cdot 10^{-12} \cdot \rho_0^{-2,70} \cdot m_S^{-2,65} \cdot \bar{\tau}^{-0,86}. \quad (4.36)$$

Für Abbildung 4.14 wurde die Permeabilität nach Gleichung 4.36 berechnet. Sowohl anhand des Bestimmtheitsmaßes als auch in der grafischen Darstellung ist eine leichte Verbesserung der Permeabilitätsabschätzung durch Hinzunahme des Parameters $\bar{\tau}$ erkennbar.

Die Proben der Bahariya-Formation liegen insgesamt dichter an der Einheitsgeraden. Eine einzelne Probe befindet sich außerhalb des durch die gestrichelten Linien markierten Bereichs.

Für sechs der ungebänderten Sandsteine ist die Permeabilität in Tabelle A.2 angegeben. Die Überprüfung von Gleichung 4.36 an diesen Proben ergibt, dass die Permeabilitätsabschätzung für drei Sandsteine mit gemessenen Permeabilitäten zwischen $2 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$ und $8 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ funktioniert. Die berechneten Werte liegen innerhalb des Bereichs von einer Dekade Abweichung zu beiden Seiten der gemessenen Permeabilität, wie Abbildung 4.15 zeigt. Auf die anderen drei Proben, an denen Permeabilitätswerte zwischen $3 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ und $2 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ gemessen wurden, lässt sich Gleichung 4.36 nicht erfolgreich anwenden. Die berechneten Permeabilitätswerte liegen zwei bis drei Dekaden unterhalb der gemessenen Permeabilität. Um Aussagen über die Ursache dieser deutlichen Abweichung machen zu können, ist ein größerer Datensatz erforderlich.

4.3.4 NMR-Relaxationszeiten und die Permeabilität

Anhand von Laboruntersuchungen an wassergesättigten Sandsteinen zeigen Kenyon et al. (1988), dass sich die Permeabilität K mit dem Produkt $\phi^4 \cdot T_1^2$ aus der Porosität ϕ und der longitudinalen Relaxationszeit T_1 der NMR abschätzen lässt. Für die Beziehung zwischen der Permeabilität und der transversalen Relaxationszeit T_2 geben Straley et al. (1994) mit Gleichung 2.40 einen ähnlichen Zusammenhang an.

Als Ergebnis der NMR-Untersuchungen an den Sandsteinen der Bahariya-Formation wurden die longitudinale Relaxationszeit T_1 und die transversale Relaxationszeit T_2 in Tabelle A.4 zusammengestellt. Da es sich in beiden Fällen um Verteilungen von Relaxationszeiten handelt, sind die angegebenen Werte als logarithmische Mittelwerte der Relaxationszeitverteilungen zu verstehen. Bei den nachfolgenden Betrachtungen werden die Relaxationszeiten T_1 und T_2 in Sekunden angegeben. Die Permeabilität besitzt die Einheit m^2 .

Ausgehend von Gleichung 2.40 wird für die Sandsteinproben der Bahariya-Formation durch Korrelation des Produktes $T_2^2 \cdot \phi^4$ mit der gemessenen Permeabilität K die Konstante C bestimmt. Es ergibt sich

$$K = 9,29 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^2 \cdot \phi^4, \quad (4.37)$$

mit dem Bestimmtheitsmaß $R^2 = 0,76$. Abbildung 4.16 stellt die mit Gleichung 4.37 berechnete Permeabilität K_{NMR} über der gemessenen Permeabilität K_{gem} in doppeltlogarithmischer Auftragung dar.

Nutzt man statt der transversalen Relaxationszeit die longitudinale Relaxationszeit T_1 ,

so folgt

$$K = 1,58 \cdot 10^{-9} \cdot T_1^2 \cdot \phi^4 \quad (4.38)$$

mit $R^2 = 0,79$. Durch die Wahl der T_1 -Relaxationszeit kann das Bestimmtheitsmaß leicht verbessert werden. Abbildung 4.17 gibt das Verhältnis der aus Gleichung 4.38 berechneten Permeabilität K_{NMR} zur gemessenen Permeabilität K_{gem} grafisch wieder. Im Unterschied zur longitudinalen Relaxationszeit wird die transversale Relaxationszeit zusätzlich von der Spin-Spin-Kopplung beeinflusst (Abschnitt 2.2.2), was als Ursache für die geringfügig schlechtere Korrelation der T_2 -Relaxationszeit mit der Permeabilität in Frage kommt.

Betrachtet man Gleichung 4.37 unter der Bedingung frei wählbarer Exponenten für T_2 und ϕ , so erhält man nach multivariater Regressionsanalyse:

$$K = 6,93 \cdot 10^{-9} \cdot T_2^{1,53} \cdot \phi^{3,64}. \quad (4.39)$$

Das Bestimmtheitsmaß beträgt $R^2 = 0,76$ und entspricht damit dem für Gleichung 4.37 ermittelten Wert für feste Exponenten von T_2 und ϕ . Im Fall der longitudinalen Relaxationszeit ergibt sich nach multivariater Regressionsanalyse die Gleichung

$$K = 1,67 \cdot 10^{-11} \cdot T_1^{2,49} \cdot \phi^{1,36}, \quad (4.40)$$

mit $R^2 = 0,80$. Die Freigabe der Exponenten führt in keinem der beiden Fälle zu einer wesentlichen Verbesserung des Bestimmtheitsmaßes. In Abbildung 4.18 wurde die mit Gleichung 4.40 berechnete Permeabilität K_{NMR} in doppeltlogarithmischer Darstellung über der gemessenen Permeabilität K_{gem} aufgetragen.

4.3.5 Vergleich der SIP- und NMR-Untersuchungen

In den Abschnitten 4.3.3 und 4.3.4 wurden mit der SIP und der NMR zwei unterschiedliche Verfahren genutzt, um eine Abschätzung der Permeabilität für Proben aus der Bahariya-Formation zu erhalten. Viele der untersuchten Sandsteine zeichnen sich durch eine erkennbare Bänderung aus. Ein für die Permeabilitätsabschätzung anisotroper Proben wesentlicher Unterschied zwischen der SIP und der NMR besteht darin, dass die Kernspinresonanz kein richtungsabhängiges Verfahren ist. Im Vergleich zeigt sich, dass die Abschätzung der Permeabilität mittels SIP (Gleichung 4.36) besser gelingt als auf Basis der NMR mit Gleichung 4.40. Für die Beurteilung der Korrelationen wird das Bestimmtheitsmaß (Backhaus et al., 2006)

$$R^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (\log_{10}(\hat{K}_k) - \log_{10}(\bar{K}))^2}{\sum_{k=1}^n (\log_{10}(K_k) - \log_{10}(\bar{K}))^2} \quad (4.41)$$

herangezogen. \hat{K} bezeichnet, stellvertretend für K_{SIP} bzw. K_{NMR} , die berechnete Permeabilität. \bar{K} ist der Mittelwert der gemessenen Permeabilität K . n gibt die Anzahl der

Proben an. Weitere Größen, die Aussagen über die Güte der berechneten Permeabilität erlauben, sind der sogenannte *root mean square*

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \left(\log_{10}(K_k) - \log_{10}(\hat{K}_k) \right)^2} \quad (4.42)$$

und die mittlere Abweichung

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \log_{10}(K_k) - \log_{10}(\hat{K}_k) \right| \quad (4.43)$$

der berechneten von der gemessenen Permeabilität. In Tabelle 4.8 wurden die drei statistischen Größen R^2 , RMS und \bar{d} für die Gleichungen 4.32 und 4.34 bis 4.40 zusammengefasst. Das größere Bestimmtheitsmaß R^2 sowie kleinere Werte für RMS und \bar{d} zeigen, dass die Abschätzung der Permeabilität durch die zusammenfassenden Parameter der Debye-Zerlegung ρ_0 , m_S und $\bar{\tau}$ besser gelingt als mit Hilfe der Porosität ϕ und der T_1 -Relaxationszeit aus der NMR. Die aus Gleichung 4.36 ermittelte minimale mittlere Abweichung \bar{d} von 0,39 bedeutet bei Betrachtung der Logarithmen der Permeabilität eine Abweichung von 0,39 logarithmischen Dekaden oder eine Abweichung um den Faktor 2,45.

Tabelle 4.8: Die statistischen Größen Bestimmtheitsmaß R^2 , RMS und mittlere Abweichung \bar{d} der Gleichungen 4.32 und 4.34 bis 4.40 zur Abschätzung der Permeabilität K (in m^2) aus verschiedenen Parametern: Formationswiderstandsfaktor F , Porosität ϕ und Gesamtaufładbarkeit m_S (dimensionslos), Gleichstromwiderstand ρ_0 (in Ωm), mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ aus der Debye-Zerlegung, mittlere longitudinale NMR-Relaxationszeit T_1 und mittlere transversale NMR-Relaxationszeit T_2 (in Sekunden).

Nr.	Gleichung	R^2	RMS	\bar{d}
4.32	$K = 1,07 \cdot 10^{-7} \cdot F^{-4,83}$	0,65	0,69	0,56
4.34	$K = 2,95 \cdot 10^{-11} \cdot \rho_0^{-2,84} \cdot m_S^{-3,18}$	0,82	0,50	0,42
4.36	$K = 3,56 \cdot 10^{-12} \cdot \rho_0^{-2,70} \cdot m_S^{-2,65} \cdot \bar{\tau}^{-0,86}$	0,85	0,46	0,39
4.37	$K = 9,29 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^2 \cdot \phi^4$	0,76	0,66	0,49
4.38	$K = 1,58 \cdot 10^{-9} \cdot T_1^2 \cdot \phi^4$	0,79	0,57	0,42
4.39	$K = 6,93 \cdot 10^{-9} \cdot T_2^{1,53} \cdot \phi^{3,64}$	0,76	0,58	0,45
4.40	$K = 1,67 \cdot 10^{-11} \cdot T_1^{2,49} \cdot \phi^{1,36}$	0,80	0,52	0,42

4.3.6 Fazit

In den vorangegangenen Abschnitten konnte gezeigt werden, dass die Parameter der Debye-Zerlegung mit verschiedenen petrophysikalischen Eigenschaften von Sandsteinen korrelieren. Die porenvolumenspezifische innere Oberfläche konnte in eine lineare Beziehung zur normierten Gesamtaufladbarkeit m_n gesetzt werden. Im Unterschied zum Imaginärteil der Leitfähigkeit steht mit m_n ein Parameter zur Verfügung, der sich auf das gesamte untersuchte Frequenzspektrum bezieht und dadurch nicht nur für Spektren gilt, die dem CPA-Modell genügen. Der erwartete Zusammenhang zwischen dem Quadrat des dominanten Porenhalsdurchmessers und der mittleren Relaxationszeit $\bar{\tau}$ kann für Sandsteine mit einem dominanten Porenhalsdurchmesser von $D_{dom} > 10 \mu\text{m}$ bestätigt werden.

Mit Hilfe der zusammenfassenden Parameter ρ_0 , m_S und $\bar{\tau}$ der Debye-Zerlegung ist eine Abschätzung der Permeabilität möglich. Ein Vergleich zwischen der auf diese Weise berechneten Permeabilität mit den tatsächlich gemessenen Werten ergibt für 52 der 53 untersuchten Proben eine Abweichung von maximal einer Dekade vom gemessenen Wert. Ein Test mit Sandsteinen aus anderen Formationen zeigt, dass die mittels multivariater Regressionsanalyse gefundene Beziehung zwischen den Parametern der Debye-Zerlegung und der Permeabilität nicht generell gilt.

Die Abschätzung der Permeabilität mittels NMR wurde sowohl an der mittleren longitudinalen Relaxationszeit T_1 als auch an der mittleren transversalen Relaxationszeit T_2 überprüft. Für beide Fälle konnte die Proportionalität der Permeabilität zu $T_1^2 \phi^4$ bzw. $T_2^2 \phi^4$ bestätigt werden. Eine multivariate Regressionsanalyse wurde für die longitudinale und transversale Relaxationszeit jeweils in Kombination mit der Porosität durchgeführt. Trotz der frei wählbaren Exponenten konnte keine signifikante Verbesserung der Permeabilitätsabschätzung erreicht werden.

Der abschließende Vergleich der Permeabilitätsabschätzung durch SIP und NMR zeigt, dass für die teilweise gebänderten Sandsteinproben der ägyptischen Bahariya-Formation durch die zusammenfassenden Parameter der Debye-Zerlegung eine bessere Korrelation mit der gemessenen Permeabilität erzielt wird als durch die etablierte Abschätzung mittels Porosität und den mittleren Relaxationszeiten der NMR.

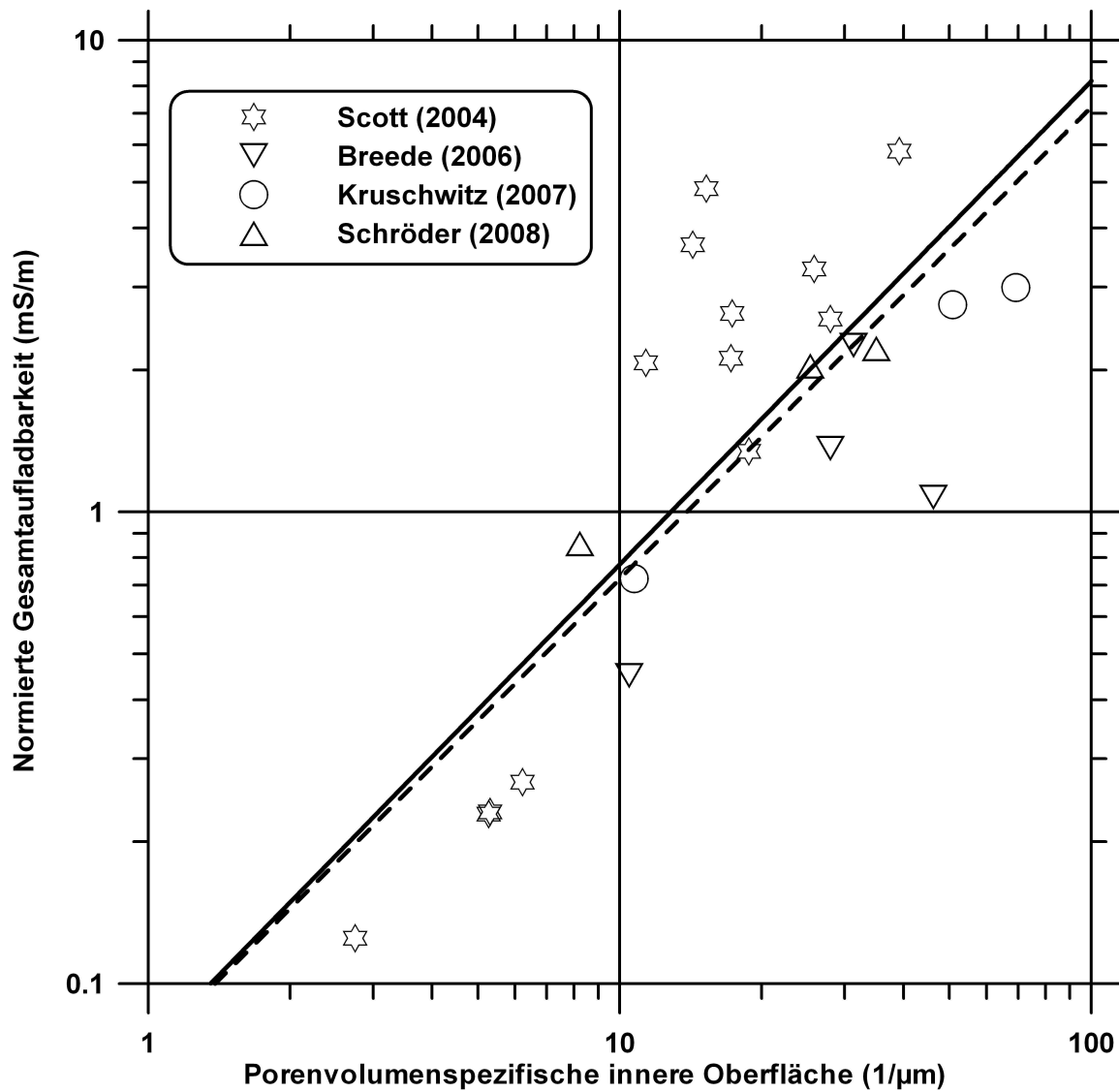


Abbildung 4.7: Doppeltlogarithmische Darstellung der normierten Gesamtaufladbarkeit m_{nDZ} über der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} . Die durchgezogene Linie kennzeichnet den Zusammenhang gemäß Gleichung 4.9. Die gestrichelte Linie gibt die in Gleichung 4.11 beschriebene Ursprungsgerade wieder. Es wurden Daten von 23 ungebänderten Sandsteinproben aus verschiedenen Studien berücksichtigt.

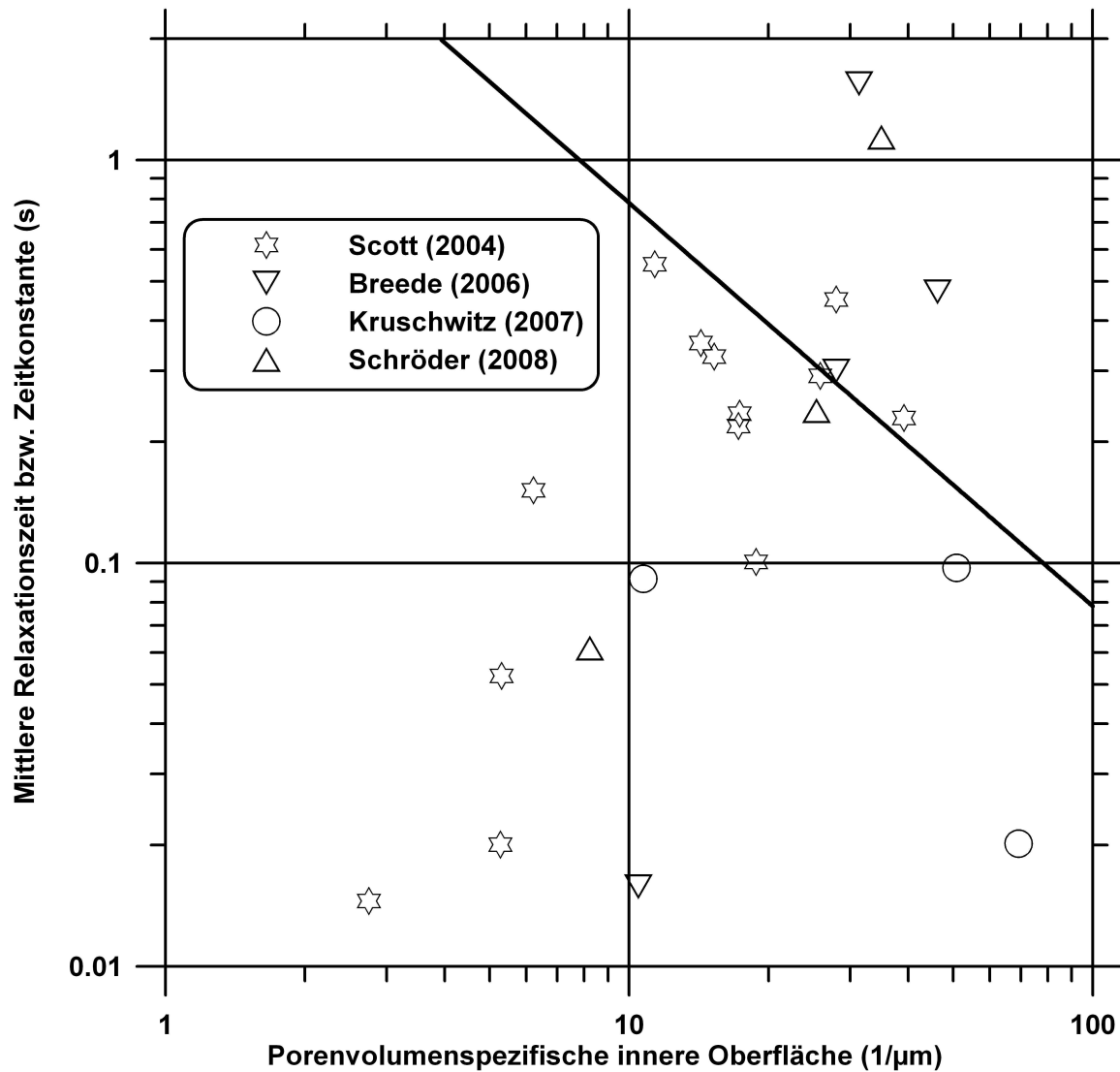


Abbildung 4.8: Doppeltlogarithmische Darstellung der mittleren Relaxationszeit über der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} . Die durchgezogene Linie kennzeichnet den von Binley et al. (2005) beschriebenen Zusammenhang zwischen der Zeitkonstante τ_{CC} des Cole-Cole-Modells und der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche. Es wurden Daten von 23 ungebänderten Sandsteinproben aus verschiedenen Studien berücksichtigt.

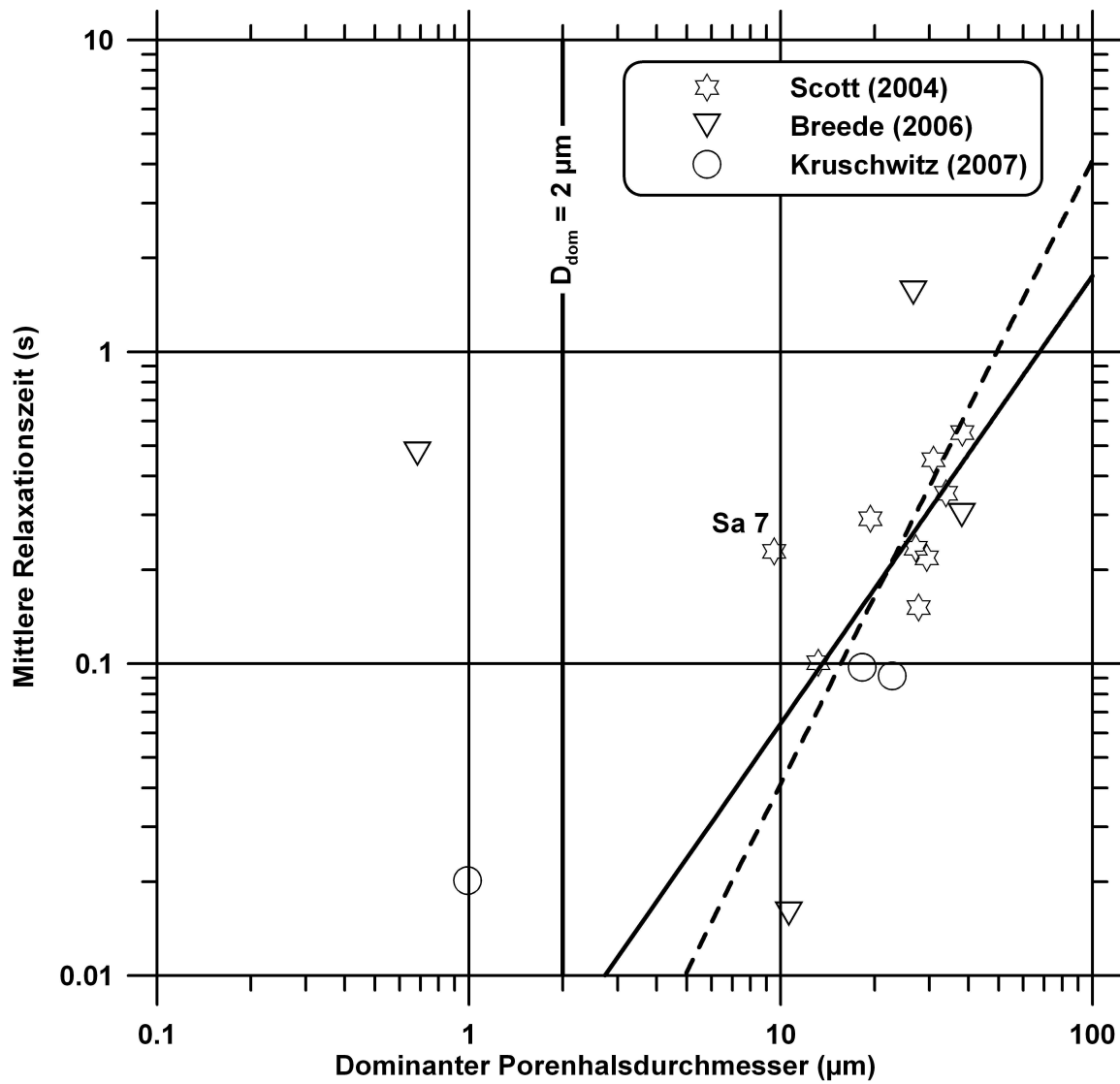


Abbildung 4.9: Doppeltlogarithmische Auftragung der mittleren Relaxationszeit $\bar{\tau}$ aus der Debye-Zerlegung über dem dominanten Porenhalbdurchmesser D_{dom} . Die durchgezogene Linie entspricht der Korrelationsbeziehung 4.17. Die gestrichelte Gerade markiert einen linearen Zusammenhang zwischen $\bar{\tau}$ und D_{dom}^2 . Ausgewertet wurden Daten von 16 Proben ungebänderter Sandsteine aus verschiedenen Studien.

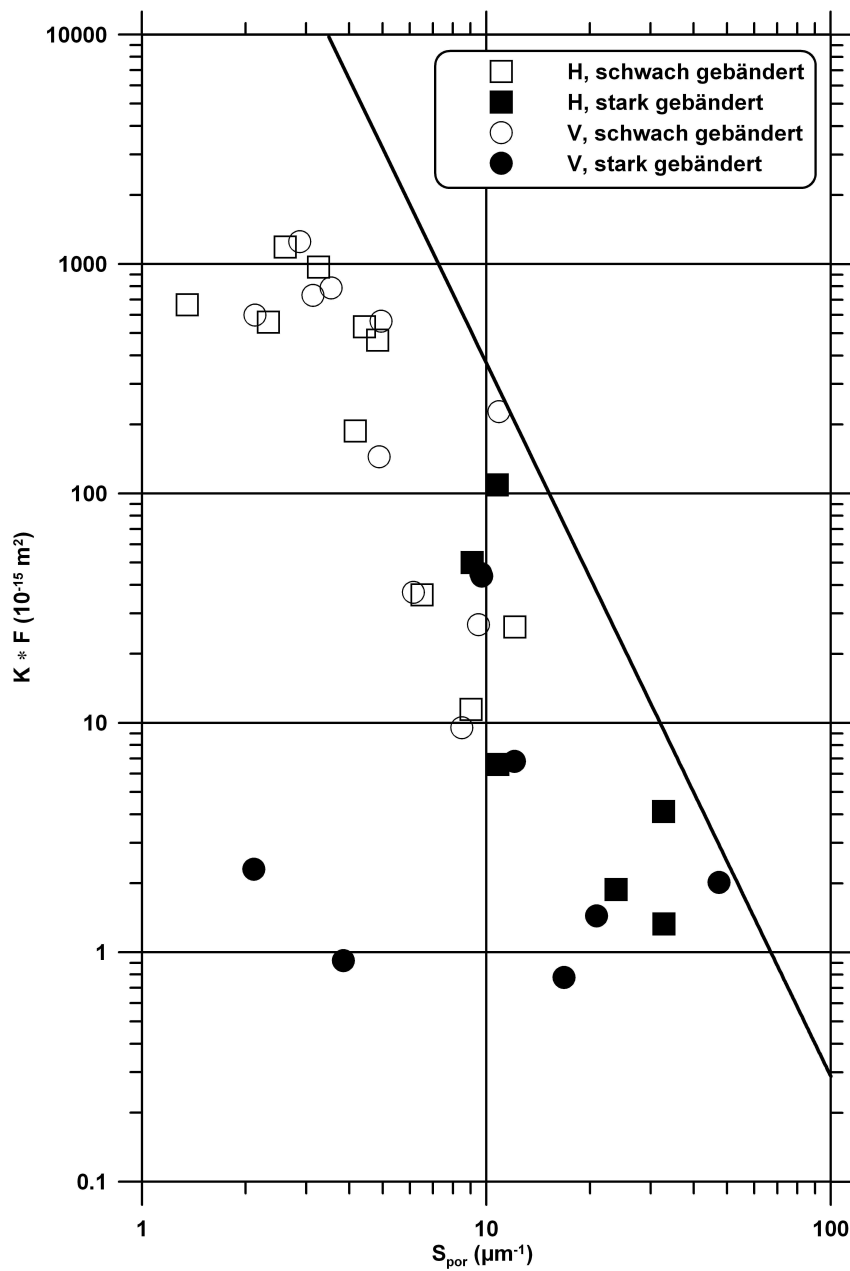


Abbildung 4.10: Doppeltlogarithmische Auftragung des Produktes $K \cdot F$ aus Permeabilität und Formationswiderstandsfaktor über der porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche S_{por} . Ausgewertet wurden 34 Proben von Sandsteinen aus der Bahariya-Formation. H bezeichnet Proben, die parallel zur Bänderung entnommen wurden. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die durchgezogene Linie markiert das Ergebnis der PaRiS-Gleichung.

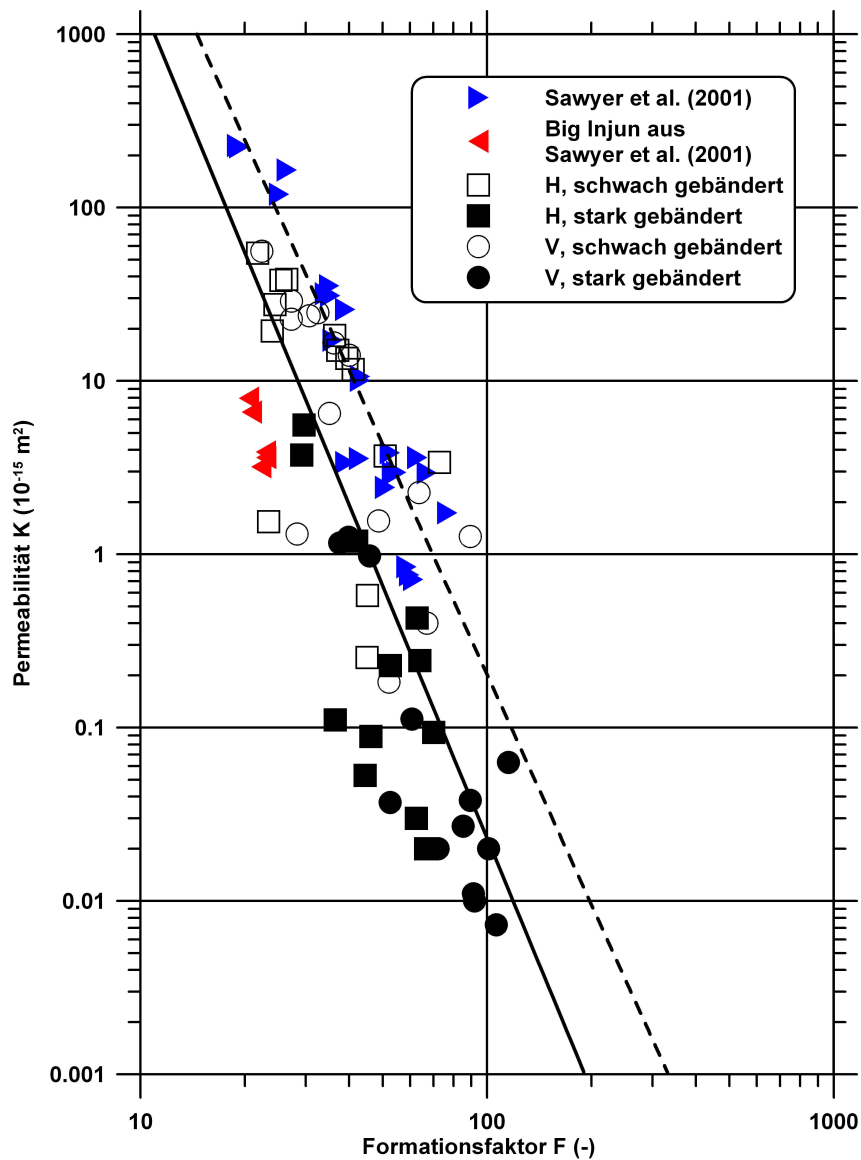


Abbildung 4.11: Doppeltlogarithmische Darstellung der Permeabilität K über dem Formationswiderstandsfaktor F . Eingezeichnet sind Daten von Sawyer et al. (2001) und die Werte für die Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die mit Big Injun bezeichneten Daten wurden von Sawyer et al. (2001) bei der Korrelation ausgeklammert. Die gestrichelte Linie gibt den Zusammenhang nach Gleichung 4.31 wieder. Die durchgezogene Linie veranschaulicht den Zusammenhang nach Gleichung 4.32, der für die Proben der Bahariya-Formation gefunden wurde.

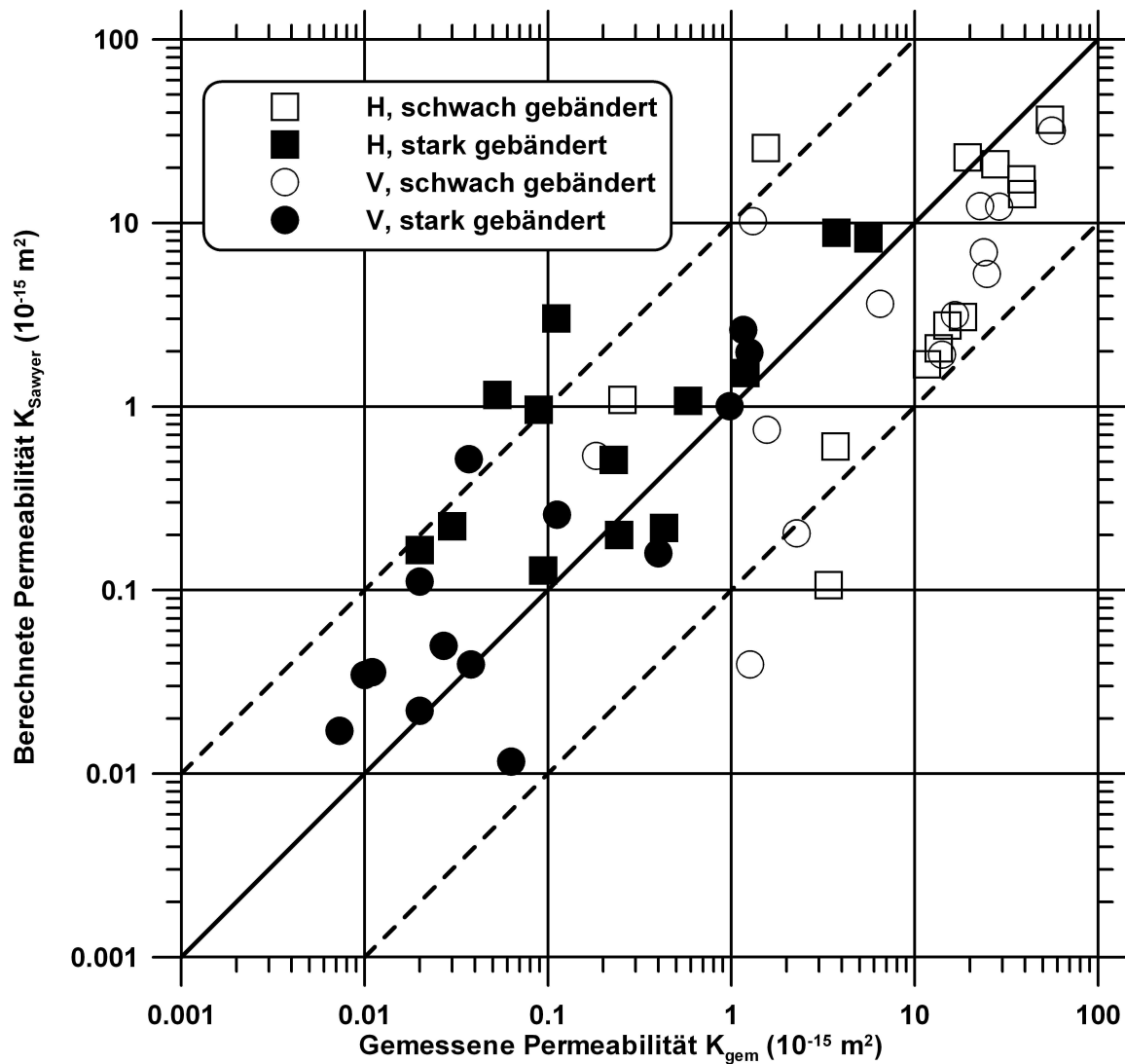


Abbildung 4.12: Doppeltlogarithmische Darstellung der aus Gleichung 4.32 berechneten Permeabilität $K_{Sawyer} = 1,07 \cdot 10^{-7} \cdot F^{-4,83}$ über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

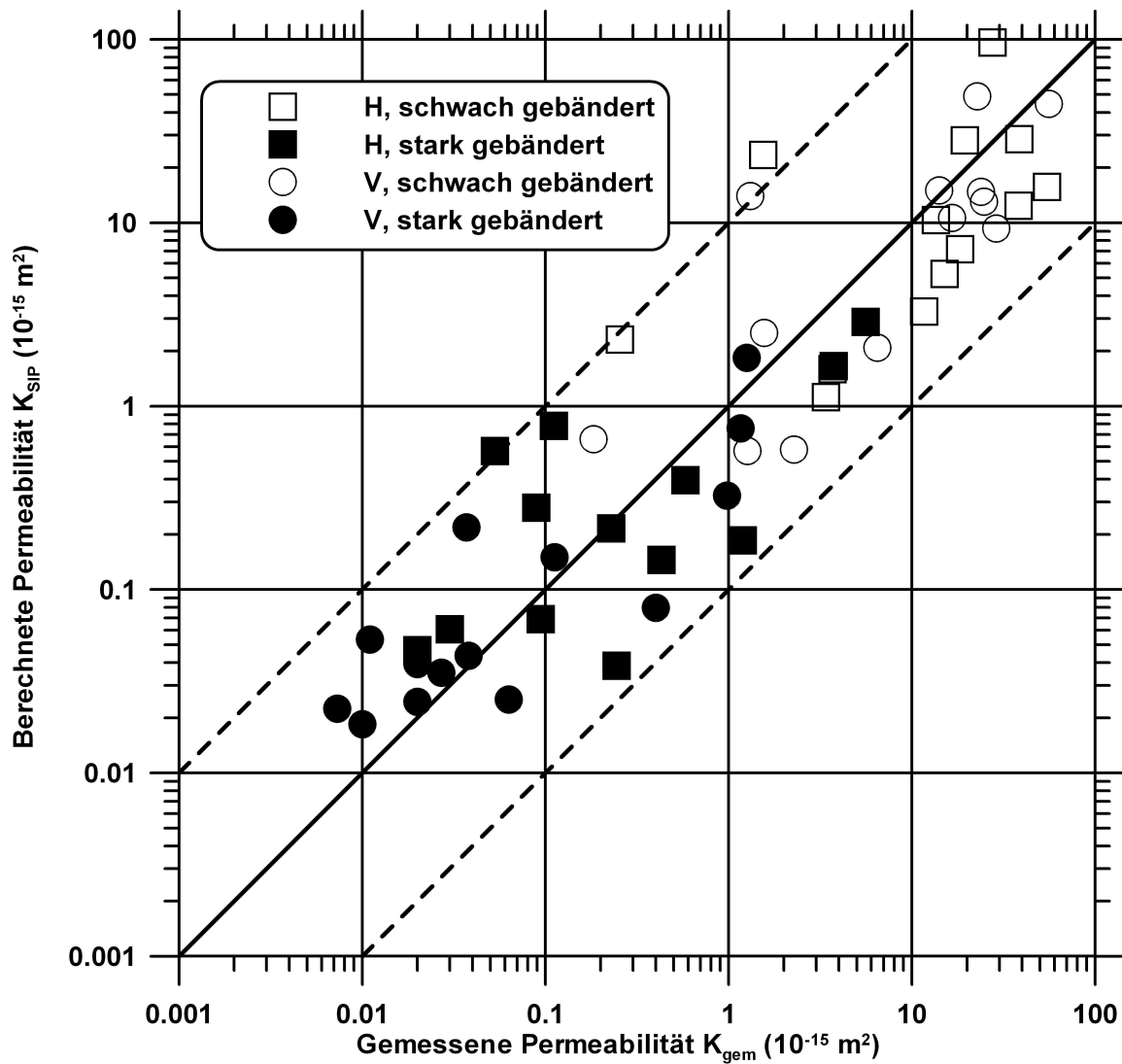


Abbildung 4.13: Doppeltlogarithmische Darstellung der berechneten Permeabilität $K_{SIP} = 2,95 \cdot 10^{-11} \cdot \rho_0^{-2,84} \cdot m_S^{-3,18}$ (Gleichung 4.34) über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

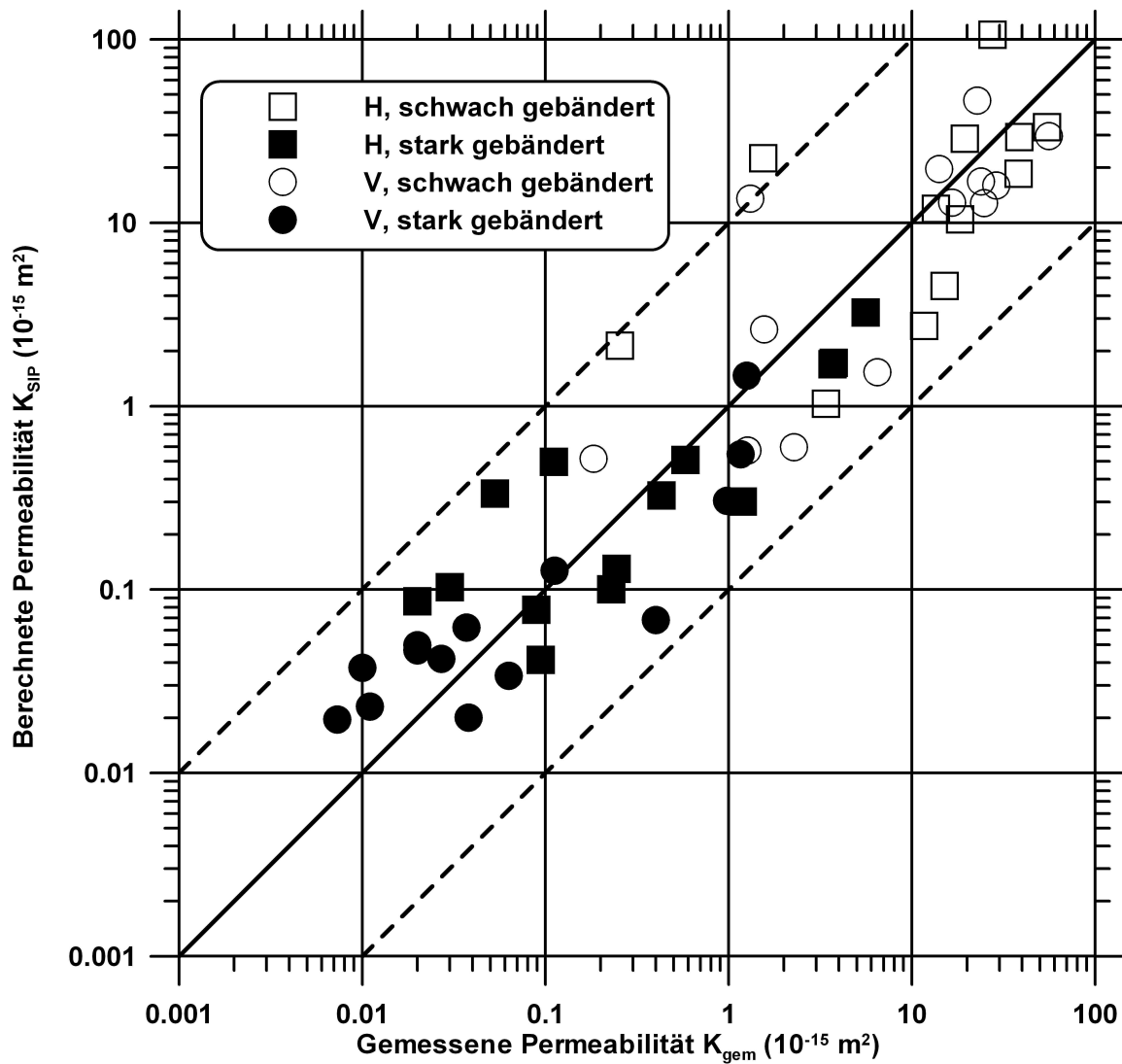


Abbildung 4.14: Doppeltlogarithmische Darstellung der berechneten Permeabilität $K_{SIP} = 3,56 \cdot 10^{-12} \cdot \rho_0^{-2,70} \cdot m_S^{-2,65} \cdot \tau^{-0,86}$ (Gleichung 4.36) über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

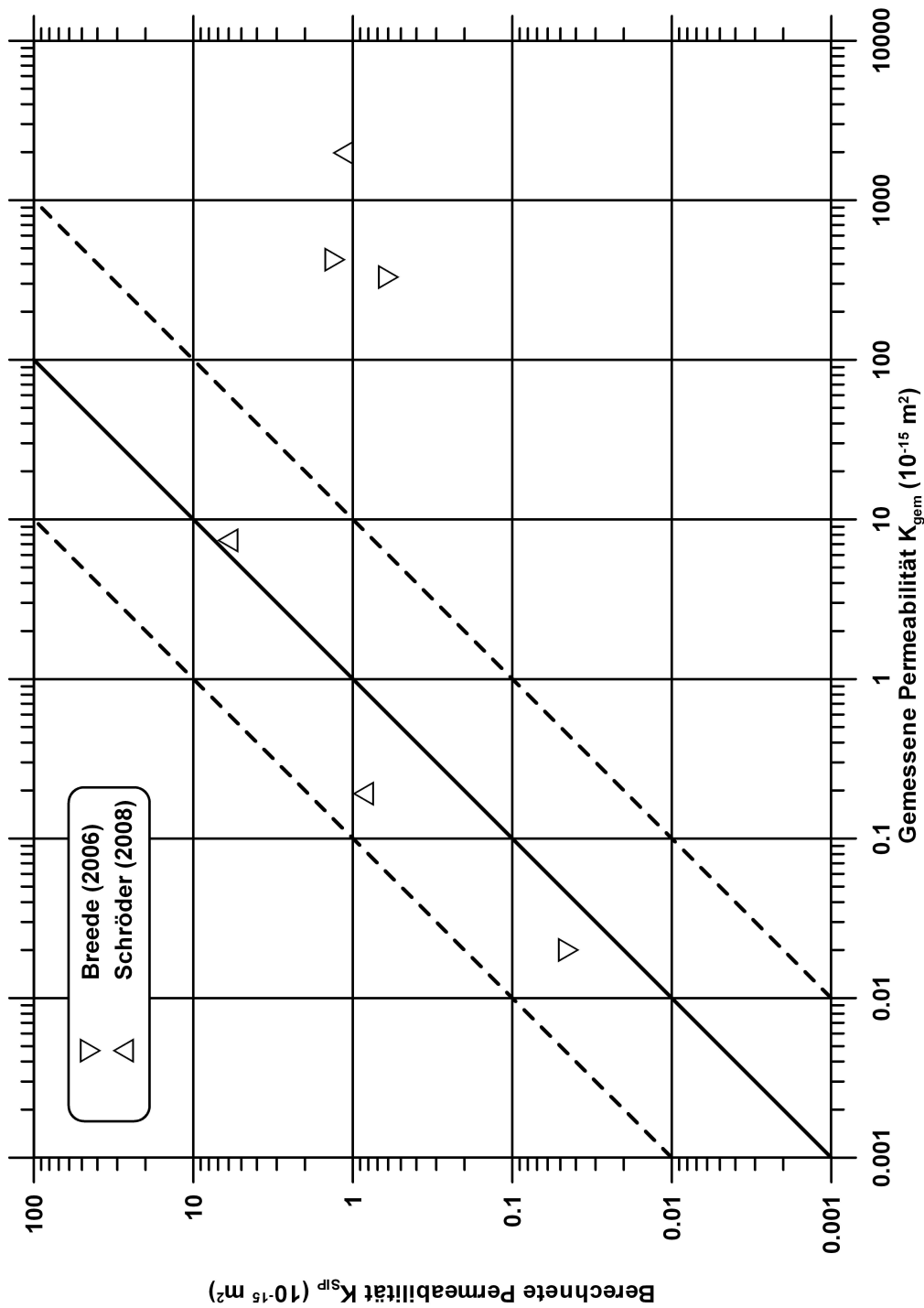


Abbildung 4.15: Für jeweils drei ungeänderte Sandsteine von Breede (2006) und Schröder (2008) wurde die Permeabilität K_{SIP} mit Gleichung 4.36 berechnet und über der gemessenen Permeabilität K_{gem} in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

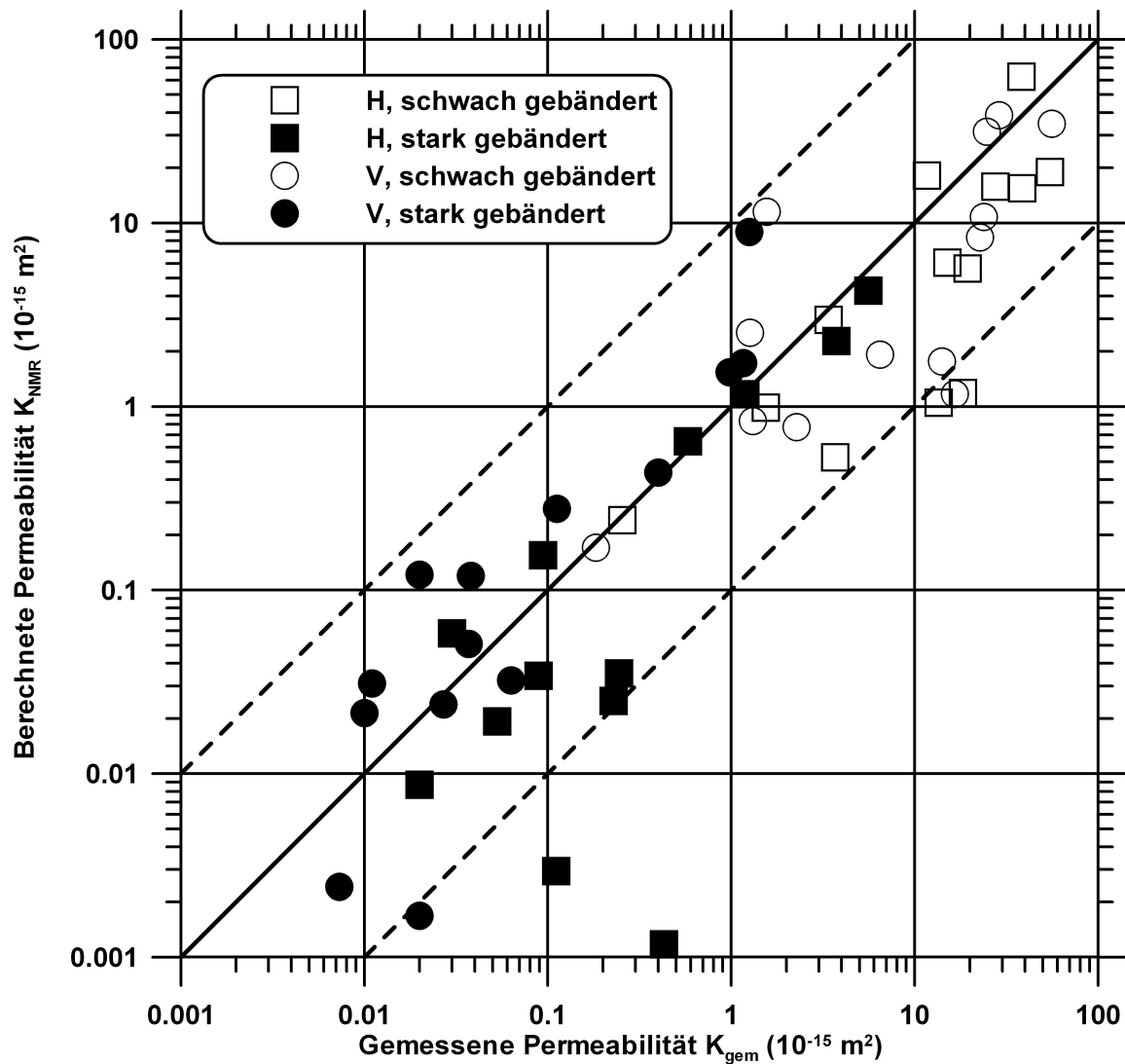


Abbildung 4.16: Doppeltlogarithmische Darstellung der berechneten Permeabilität $K_{NMR} = 9,29 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^2 \cdot \phi^4$ (Gleichung 4.37) über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Die Exponenten der Relaxationszeit T_2 und der Porosität ϕ wurden bei der Korrelation festgehalten. Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

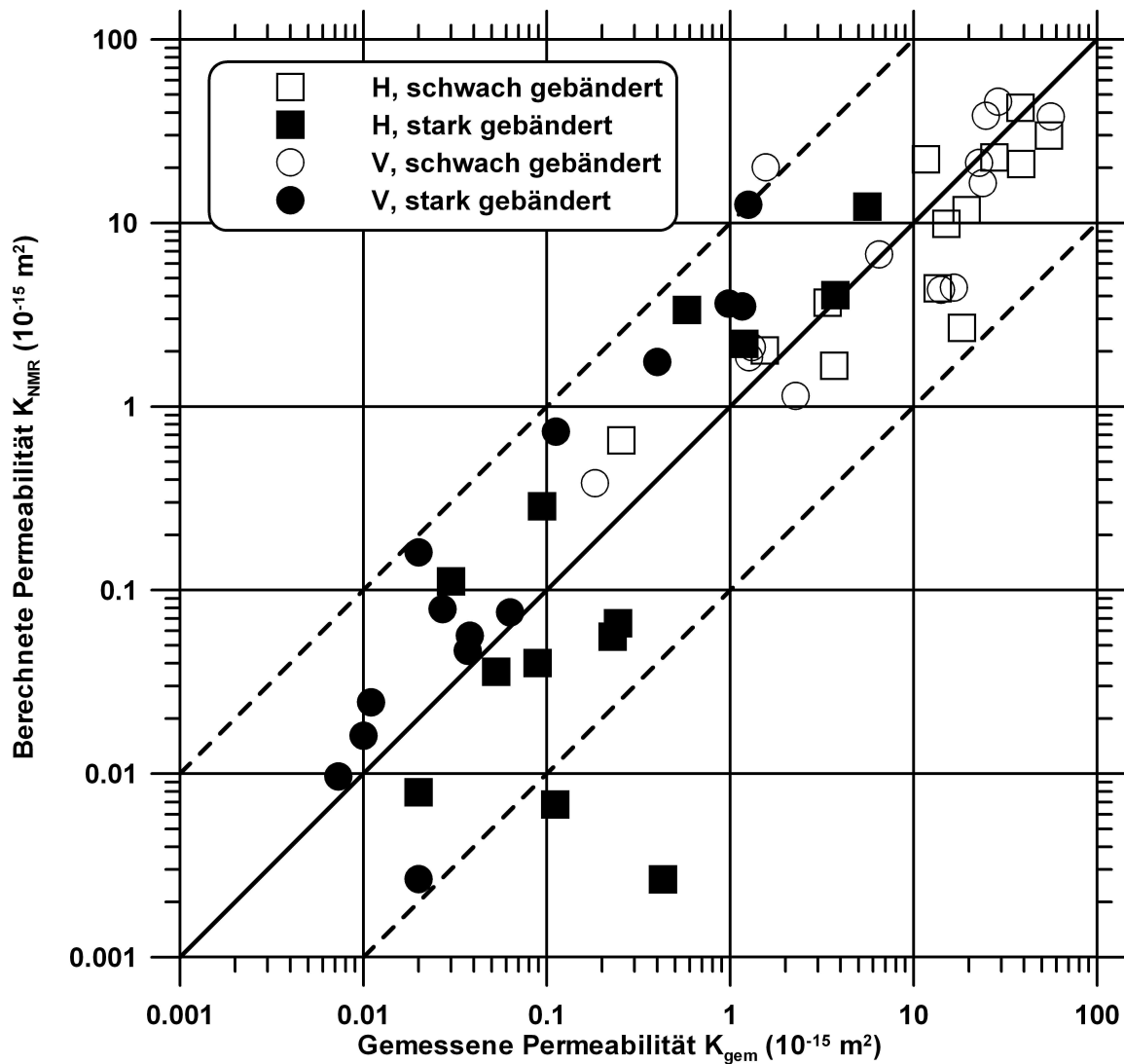


Abbildung 4.17: Doppeltlogarithmische Darstellung der berechneten Permeabilität $K_{NMR} = 1,58 \cdot 10^{-9} \cdot T_1^2 \cdot \phi^4$ (Gleichung 4.38) über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Die Exponenten der Relaxationszeit T_1 und der Porosität ϕ wurden bei der Korrelation festgehalten. Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

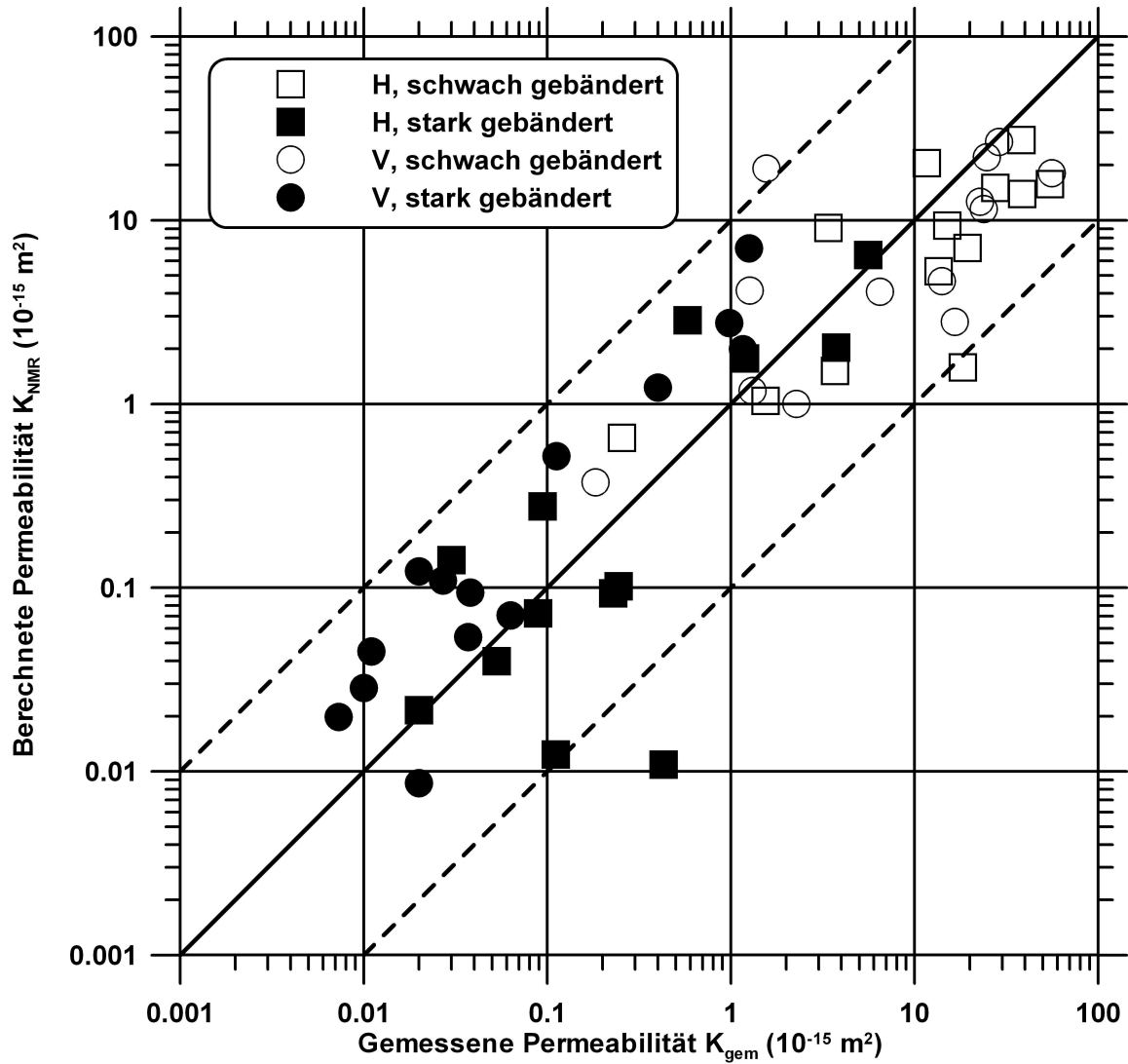


Abbildung 4.18: Doppeltlogarithmische Darstellung der berechneten Permeabilität $K_{NMR} = 1,67 \cdot 10^{-11} \cdot T_1^{2,49} \cdot \phi^{1,36}$ (Gleichung 4.40) über der gemessenen Permeabilität K_{gem} . Die Exponenten der Relaxationszeit T_1 und der Porosität ϕ wurden durch eine multivariate Regressionsanalyse bestimmt. Untersucht wurden alle in Tabelle A.4 aufgeführten Sandsteinproben der Bahariya-Formation. Mit H bezeichnete Proben wurden parallel zur Bänderung entnommen. V steht für senkrecht zu den Bändern herausgebohrte Proben. Die gestrichelten Linien begrenzen einen Bereich von einer Dekade Abweichung zu jeder Seite der Diagonalen.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Für die quantitative Auswertung von Spektren der Induzierten Polarisation ist die Beschreibung der spektralen Daten durch charakteristische Parameter erforderlich. Verschiedene Ansätze ermöglichen die Bestimmung von Größen, die ein IP-Spektrum kennzeichnen.

Die vermutlich größte Bekanntheit besitzen die Modelle des Cole-Cole-Typs. In der vorliegenden Arbeit werden aus dieser Gruppe das ursprüngliche Cole-Cole-Modell, das Cole-Davidson-Modell und das allgemeine Cole-Cole-Modell betrachtet. Alle drei Ansätze werden auf IP-Spektren von Gemischen aus Quarzsand und Schlackekörnern angewendet.

Eine weitere Möglichkeit, Parameter aus dem IP-Spektrum abzuleiten, stellt die Auswertung im Zeitbereich dar. Da die Daten im Frequenzbereich vorliegen, ist zunächst eine Übertragung in den Zeitbereich notwendig. Durch den Einsatz digitaler linearer Filter können die spektralen IP-Daten in eine Abklingfunktion im Zeitbereich umgewandelt werden. Ein Filterverfahren mit zwei verschiedenen Sätzen von Filterkoeffizienten wird vorgestellt und an synthetischen IP-Spektren, die mit Hilfe von verschiedenen Modellen des Cole-Cole-Typs erzeugt wurden, getestet.

Den Kern der vorliegenden Arbeit bildet ein alternativer Ansatz zur quantitativen Auswertung von IP-Spektren, der als Debye-Zerlegung bezeichnet wird. Ausgangspunkt ist die Vorstellung, dass sich ein gemessenes IP-Spektrum als eine Überlagerung mehrerer Spektren von Debye-Modellen auffassen lässt. Jedes Debye-Modell verfügt über eine Relaxationszeit und einen Aufladbarkeitswert, der als Wichtungsfaktor des jeweiligen Modells fungiert. Auf diese Weise wird dem gemessenen IP-Spektrum eine Verteilung von Relaxationszeiten zugeordnet. Die Relaxationszeitverteilung kann durch vier Parameter charakterisiert werden. Neben dem Gleichstromwiderstand ρ_0 werden die Gesamtaufladbarkeit m_S , die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$ und der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ zur Beschreibung eines IP-Spektrums eingeführt. Synthetische Daten, die zur Untersuchung der Anwendbarkeit des Filterverfahrens erzeugt wurden, dienen als erstes Testobjekt für

den neuen Ansatz. Anschließend erfolgt die Anwendung des Verfahrens auf reale Messdaten. Folgende Beziehungen zwischen den zusammenfassenden Parametern und den Eigenschaften des untersuchten Probenmaterials werden gefunden:

Die Gesamtaufladbarkeit korreliert mit dem Schlackegehalt der Schlacke-Sand-Gemische. Außerdem wird eine Beziehung zur porenvolumenspezifischen inneren Oberfläche von Sandsteinen gefunden. Die Gesamtaufladbarkeit wirkt damit in beiden Fällen, sowohl bei der Elektrodenpolarisation der Schlackekörner als auch bei der Membranpolarisation in den Sandsteinproben, als ein Parameter, der die Stärke des IP-Effektes beschreibt.

Die mittlere Relaxationszeit hängt mit der Korngröße der Schlackekörner zusammen. Die Beziehung folgt einem Potenzgesetz und stimmt mit theoretischen Überlegungen für Kugeln mit glatter Oberfläche überein. Zudem deutet sich bei den Untersuchungen an Sandsteinen ein proportionaler Anstieg der mittleren Relaxationszeit mit dem Quadrat des dominanten Porenhalsdurchmessers an. Die Korrelation beider Größen beschränkt sich aber auf Proben, für die der dominante Porenhalsdurchmesser größer als $10\text{ }\mu\text{m}$ ist.

Nachdem Beziehungen zwischen einzelnen zusammenfassenden Parametern und ausgewählten petrophysikalischen Eigenschaften gefunden wurden, steht die Anwendung des neuen Verfahrens auf komplexere Fragestellungen im Mittelpunkt. Im Rahmen eines Forschungsprojektes konnte mit Hilfe des neuen Ansatzes ein Klassifikationssystem zur Unterscheidung zwischen verschiedenen Typen von Lignit entwickelt werden. Während des untertägigen Abbaus der Hartbraunkohle besteht durch Gaseinschlüsse im Lignit die Gefahr von Gasausbrüchen. Die Gasansammlungen sind an bestimmte Erscheinungsformen der Braunkohle, sogenannte Lithotypen, gebunden. Mit Hilfe des Gleichstromwiderstands und der Gesamtaufladbarkeit aus der Debye-Zerlegung sowie der magnetischen Suszeptibilität wurde ein Schema entwickelt, das erlaubt, zwischen den risikobehafteten und den als ungefährlich einzustufenden Lignitarten durch elektrische und magnetische Messungen zu unterscheiden.

Eine weitere Aufgabe, an der das Verfahren der Debye-Zerlegung auf seine Praxistauglichkeit getestet wird, ist die Abschätzung der Permeabilität. Für anisotrope Sandsteine der ägyptischen Bahariya-Formation wurde mit Hilfe der multivariaten Regressionsanalyse eine Gleichung gefunden, die eine Permeabilitätsabschätzung aus den drei Parametern ρ_0 , m_S und $\bar{\tau}$ der Debye-Zerlegung ermöglicht. Ein Test mit Sandsteinen anderer Formationen lässt darauf schließen, dass die Gleichung nicht generell gültig ist.

Die Kernspinresonanz (NMR) ist als Methode zur Permeabilitätsabschätzung etabliert. Sowohl für die mittlere longitudinale Relaxationszeit T_1 als auch für die mittlere transversale Relaxationszeit T_2 konnte die Proportionalität der Permeabilität zu $T_1^2\phi^4$ bzw. $T_2^2\phi^4$ gezeigt werden, wobei ϕ die Porosität bezeichnet.

Anhand der genannten Beispiele konnten erste Anwendungen für die Debye-Zerlegung und die daraus resultierenden Parameter präsentiert werden. Eine in dieser Arbeit nur am Rande beachtete Größe ist der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ . In Analogie zum gleichnamigen Parameter aus der Ingenieurgeologie soll mit U_τ die Streuung der Relaxationszeitverteilung beschrieben werden. Erwartet wird, dass die Verteilung von der Größenverteilung der polarisierbaren Partikel bzw. der Poren abhängt. Eine Überprüfung wäre anhand von Proben möglich, für die die Verteilung der Partikel- bzw. Porenradien genau bekannt ist. Weder die Schlacke-Sand-Gemische noch die Lignit- oder Sandsteinproben eignen sich für eine Untersuchung des Ungleichförmigkeitsparameters, da entsprechende Informationen fehlen.

Literaturverzeichnis

- Archie, G. E., 1942: The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers*, 146:54–62.
- Athmer, W., 2005: *Petrophysikalische und petrologische Charakterisierung der Bahariya Formation (Ägypten)*. Diplomarbeit, Technische Universität Clausthal.
- Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. und Weiber, R., 2006: *Multivariate Analysemethoden*. Springer, Berlin.
- Bertin, J. und Loeb, J., 1976: *Experimental and theoretical aspects of induced polarization - presentation and application of the IP method case histories*, Bd. 1. Borntraeger, Berlin.
- Binley, A., Slater, L. D., Fukes, M. und Cassiani, G., 2005: Relationship between spectral induced polarization and hydraulic properties of saturated and unsaturated sandstone. *Water Resources Research*, 41:W12417.
- Bloch, F., 1946: Nuclear induction. *Physical Review*, 70:460–474.
- Breede, K., 2006: *SIP-Messungen an Sandsteinen*. Diplomarbeit, Technische Universität Clausthal.
- Börner, F., 1991: *Untersuchungen zur komplexen elektrischen Leitfähigkeit von Gesteinen im Frequenzbereich von 1 Millihertz bis 10 Kilohertz*. Dissertation, Bergakademie Freiberg.
- Börner, F. D. und Schön, J. H., 1991: A relation between the quadrature component of electrical conductivity and the specific surface area of sedimentary rocks. *The Log Analyst*, 32:612–613.
- Börner, F. D., Schopper, J. R. und Weller, A., 1996: Evaluation of transport and storage properties in the soil and groundwater zone from induced polarization measurements. *Geophysical Prospecting*, 44:583–601.

Literaturverzeichnis

- Brownstein, K. R. und Tarr, C. E., 1979: Importance of classical diffusion in NMR studies of water in biological cells. *Physical Review A*, 19:2446–2453.
- Canet, D., 1994: *NMR - Konzepte und Methode*. Springer-Lehrbuch. Springer-Verlag, Berlin.
- Carr, H. Y. und Purcell, E. M., 1954: Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments. *Physical Review*, 94:630.
- Coates, G. R., Xiao, L. und Prammer, M. G., 1999: *NMR logging principles and applications*. Halliburton Energy Services, Houston.
- Cole, K. S. und Cole, R. H., 1941: Dispersion and absorption in dielectrics. *Journal of Chemical Physics*, 9:341–351.
- Davidson, D. W. und Cole, R. H., 1951: Dielectric relaxation in Glycerol, Propylene Glycol and n-Propanol. *Journal of Chemical Physics*, 19:1484–1490.
- de Lima, O. A. L. und Niwas, S., 2000: Estimation of hydraulic parameters of shaly sandstone aquifers from geoelectrical measurements. *Journal of Hydrology*, 235:12–26.
- Debschütz, W. G., 1995: *Hydraulische Untersuchungen an Sediment- und Kristallinesteinen unter variablen hydro- und lithostatischen Druckbedingungen: Trennung strömungscharakterisierender Kenngrößen und Korrelation mit anderen petrophysikalischen Größen*. Dissertation, Technische Universität Clausthal.
- Dias, C. A., 2000: Developments in a model to describe low-frequency electrical polarization of rocks. *Geophysics*, 65:437–451.
- Dunn, K.-J., Bergman, D. J. und LaTorraca, G. A., 2002: *Nuclear magnetic resonance - petrophysical and logging applications*. Pergamon.
- Fixman, M., 1980: Charged macromolecules in external fields. I. The sphere. *Journal of Chemical Physics*, 72:5177–5186.
- Gueguen, Y. und Palciauskas, V., 1994: *Introduction to the physics of rocks*. Princeton University Press, Princeton.
- Guptasarma, D., 1982: Computation of the time-domain response of a polarizable ground. *Geophysics*, 47:1574–1576.
- Halisch, M., Weller, A., Sattler, C.-D., Debschütz, W. und El-Sayed, A. M., 2009: A complex core-log case study of an anisotropic sandstone, originating from Bahariya formation, Abu Gharadig Basin, Egypt. *Petrophysics*, 50.

- Hamann, C. H. und Vielstich, W., 1981: *Elektrochemie - Elektrodenprozesse, Angewandte Elektrochemie*, Bd. 2. Verlag Chemie GmbH, Weinheim.
- Hördt, A., Blaschek, R., Kemna, A. und Zisser, N., 2007: Hydraulic conductivity estimation from induced polarisation data at the field scale - the Krauthausen case history. *Journal of Applied Geophysics*, 62:33–46.
- Keller, G. V., 1959: Analysis of some electrical transient measurements on igneous, sedimentary and metamorphic rocks. In J. R. Wait, Hrsg., *Overvoltage research and geophysical applications*, Kap. 7. Pergamon Press, 92–111.
- Kemna, A., Binley, A. und Slater, L. D., 2004: Crosshole IP imaging for engineering and environmental applications. *Geophysics*, 69:97–107.
- Kemna, A., Münch, H.-M., Titov, K., Zimmermann, E. und Vereecken, H., 2005: Relation of SIP relaxation time of sands to salinity, grain size and hydraulic conductivity. In *Eleventh European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics of the Near Surface Geoscience Division*. European Association of Geoscientists and Engineers, Palermo, Italy.
- Kenyon, W. E., 1992: Nuclear magnetic resonance as a petrophysical measurement. *Nuclear Geophysics: International Journal of Radiation Applications and Instrumentation Part E*, 6:153–171.
- Kenyon, W. E., Day, P. I., Straley, C. und Willemsen, J. F., 1988: A three-part study of NMR longitudinal relaxation properties of water-saturated sandstones. *SPE Formation Evaluation*, 9/1988:622–636.
- Klein, J. D. und Sill, W. R., 1982: Electrical properties of artificial clay-bearing sandstone. *Geophysics*, 47:1593–1605.
- Koefoed, O., 1979: *Geosounding principles*, Bd. 1. Elsevier, Amsterdam.
- Kretzschmar, D., 2001: *Untersuchungen zur Inversion von spektralen IP-Daten unter Berücksichtigung elektromagnetischer Kabelkopplungseffekte*. Dissertation, Technische Universität Berlin.
- Kruschwitz, S., 2007: *Assessment of the complex resistivity behaviour of salt affected building materials*. Dissertation, Technische Universität Berlin.
- Kulenkampff, J. und Schopper, J. R., 1988: Low frequency complex conductivity - a means for separating volume and interlayer conductivity. In *Eleventh European Formation Evaluation Symposium - Transactions*. SPWLA, Oslo.

- Lawson, C. L. und Hanson, R. J., 1974: *Solving least squares problems*. Prentice-Hall series in automatic computation. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Leroy, P., Revil, A., Kemna, A., Cosenza, P. und Ghorbani, A., 2008: Complex conductivity of water saturated packs of glass beads. *Journal of Colloid and Interface Science*, 321:103–117.
- Lesmes, D. P. und Friedman, S. P., 2005: Relationships between the electrical and hydrogeological properties of rocks and soils. In Y. Rubin und S. S. Hubbard, Hrsg., *Hydrogeophysics*. Springer, Berlin.
- Lesmes, D. P. und Frye, K. M., 2001: Influence of pore fluid chemistry on the complex conductivity and induced polarisation responses of Berea sandstone. *Journal of Geophysical Research*, 106:4079–4090.
- Luo, Y. und Zhang, G., 1998: *Theory and application of spectral induced polarization*. Geophysical Monograph Series. Society of Exploration Geophysicist, Tulsa.
- Major, J. und Silic, J., 1981: Restrictions on the use of Cole-Cole dispersion models in complex resistivity interpretation. *Geophysics*, 46:916–931.
- Markic, M., Zavsek, S., Pezdic, J., Skaberne, D. und Kocevar, M., 2001: Macropetrographic characterization of the Velenje lignite (Slovenia). *Acta Universitatis Carolinae - Geologica*, 45:81–97.
- Marshall, D. J. und Madden, T. R., 1959: Induced polarization, a study of its causes. *Geophysics*, 24:790–816.
- Meiboom, S. und Gill, D., 1958: Modified spin-echo method for measuring nuclear relaxation times. *Review of Scientific Instruments*, 29:688–691.
- Militzer, H. und Weber, F., Hrsg., 1985: *Angewandte Geophysik*, Bd. 2. Springer, Wien.
- Morgan, F. D. und Lesmes, D. P., 1994: Inversion for dielectric relaxation spectra. *Journal of Chemical Physics*, 100:671–681.
- Nordsiek, S., 2002: Messungen mit der SIP-Fuchs-Apparatur an Schlacke-Sand-Gemischen. Studienarbeit, Technische Universität Clausthal (unveröffentlicht).
- Nordsiek, S. und Weller, A., 2005: SIP-Messungen an Schlacke-Sand-Gemischen mit veränderlicher Korngröße. In *65. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*. Deutsche Geophysikalische Gesellschaft, Graz.

- Nordsiek, S. und Weller, A., 2008a: Investigation of petrophysical properties on lignite samples for lithotype classification. In J. Pezdic, S. Zavsek und S. Jamnikar, Hrsg., *International Workshop Velenje '08 - Mine (Green-House) Gases CO₂, CH₄, Mine Safety, Prevention, Managing and Utilization*. Premogovnik Velenje, Velenje (Slovenia).
- Nordsiek, S. und Weller, A., 2008b: A new approach to fitting induced-polarization spectra. *Geophysics*, 73:F235–F245.
- Olhoeft, G. R., 1985: Low-frequency electrical properties. *Geophysics*, 50:2492–2503.
- Pape, H. und Clauser, C., 2009: Improved interpretation of nuclear magnetic resonance T1 and T2 distributions for permeability prediction: Simulation of diffusion coupling for a fractal cluster of pores. *Pure and Applied Geophysics*, 166:949–968.
- Pape, H., Riepe, L. und Schopper, J. R., 1981: A solution attempt to the Coastline of Britain Problem. In *Proceedings of the third European Symposium for Stereology*, Bd. 3/1. Ljubljana.
- Pape, H., Riepe, L. und Schopper, J. R., 1987a: Interlayer conductivity of rocks - a fractal model of interface irregularities for calculating interlayer conductivity of natural porous mineral systems. *Colloids and Surfaces*, 27:97–122.
- Pape, H., Riepe, L. und Schopper, J. R., 1987b: Theory of self-similar network structures in sedimentary and igneous rocks and their investigation with microscopical and physical methods. *Journal of Microscopy*, 148:121–147.
- Pape, H. und Vogelsang, D., 1996: Fractal evaluation of induced polarization logs in the KTB-Oberpfalz HB. In *Geologisches Jahrbuch, Reihe E*, Nr. 54. Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe / Geologische Landesämter in der Bundesrepublik Deutschland, Hannover.
- Pelton, W. H., Sill, W. R. und Smith, B. D., 1983: Interpretation of complex resistivity and dielectric data - part I. *Geophysical Transactions*, 29:297–330.
- Pelton, W. H., Ward, S. H., Hallof, P. G., Sill, W. R. und Nelson, P. H., 1978: Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP. *Geophysics*, 43:588–609.
- Purcell, E. M., Torrey, H. C. und Pound, R. V., 1946: Resonance absorption by nuclear magnetic moments in a solid. *Physical Review*, 69:37–38.
- Sawyer, W. K., Pierce, C. I. und Lowe, R. B., 2001: Electrical and hydraulic flow properties of appalachian petroleum reservoir rocks. *Petrophysics*, 42:71–82.

- Schleifer, N., 2002: *Anwendung der spektralen Induzierten Polarisierung in der archäologischen Prospektion*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main.
- Schön, J., 1983: *Petrophysik*. Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
- Schopper, J. R., 1982a: Elektrische Leitfähigkeit von Gesteinen aufgrund von Elektrolyten im Porenraum. In G. Angenheister, Hrsg., *Landolt-Börnstein - Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik*, Bd. 1b von Gruppe V: *Geophysik und Weltraumforschung*, Kap. 5.3.2. Springer-Verlag, Berlin, 276–291.
- Schopper, J. R., 1982b: Porosität und Permeabilität. In G. Angenheister, Hrsg., *Landolt-Börnstein - Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik*, Bd. 1a von Gruppe V: *Geophysik und Weltraumforschung*, Kap. 2. Springer-Verlag, Berlin, 184–303.
- Schröder, H., 2008: *SIP-Messungen an mit unterschiedlichen Salzlösungen gesättigten Sandsteinen*. Diplomarbeit, Technische Universität Clausthal.
- Schwarz, G., 1962: A theory of the low-frequency dielectric dispersion of colloidal particles in electrolyte solution. *Journal of Chemical Physics*, 66:2636–2642.
- Scott, J. B. T., 2004: *Low-frequency electrical spectroscopy of sandstone*. Dissertation, University of Birmingham.
- Scott, J. B. T., 2006: The origin of the observed low-frequency electrical polarization in sandstones. *Geophysics*, 71:235–238.
- Scott, J. B. T. und Barker, R. D., 2003: Determining pore-throat size in permo-triassic sandstones from low-frequency electrical spectroscopy. *Geophysical Research Letters*, 30:1450.
- Scott, J. B. T. und Barker, R. D., 2005: Characterization of sandstone by electrical spectroscopy for stratigraphical and hydrogeological investigations. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 38:143–154.
- Seda, H. H., 2010: *Petrophysical modeling of formation factor, porosity and water saturation of Bahariya formation, Western Desert, Egypt*. Dissertation, Ain Shams University, Cairo.
- Seigel, H. O., 1959: A theory of induced polarization effects (for step-function excitation). In J. R. Wait, Hrsg., *Overvoltage Research and Geophysical Applications*, Kap. 2. Pergamon Press, 4–21.

- Seigel, H. O., Nabighian, M., Parasnis, D. S. und Vozoff, K., 2007: The early history of the induced polarization method. *The Leading Edge*, 26:312–321.
- Slater, L. D. und Glaser, D. R., 2003: Controls on induced polarization in sandy unconsolidated sediments and application to aquifer characterization. *Geophysics*, 68:1547–1558.
- Slater, L. D. und Reeve, A., 2002: Investigating peatland stratigraphy and hydrogeology using integrated electrical geophysics. *Geophysics*, 67:365–378.
- Straley, C., Rossini, D. J., Vinegar, H. J., Tutunjian, P. und Morriss, C., 1994: Core analysis by low-field NMR. In *Proceedings of the International Symposium*, SCA-9404. Society of Core Analysts, Stavanger, Norway.
- Tarasov, A. und Titov, K., 2007: Relaxation time distribution from time domain induced polarization measurements. *Geophysical Journal International*, 170:31–43.
- Titov, K., Komarov, V., Tarasov, V. und Levitski, A., 2002: Theoretical and experimental study of time domain-induced polarization in water-saturated sands. *Journal of Applied Geophysics*, 50:417–433.
- Tong, M., Li, L., Wang, W. und Jiang, Y., 2006: Determining capillary-pressure curve, pore-size distribution and permeability from induced polarization of shaley sand. *Geophysics*, 71:N33–N40.
- Ullrich, B., Meyer, C. und Weller, A., 2007: Geoelektrik und Georadar in der archäologischen Forschung: geophysikalische 3D-Untersuchungen in Munigua (Spanien). In G. A. Wagner, Hrsg., *Einführung in die Archäometrie*. Springer-Verlag, Berlin, 75–93.
- van Voorhis, G. D., Nelson, P. H. und Drake, T. L., 1973: Complex resistivity spectra of porphyry copper mineralization. *Geophysics*, 38:49–60.
- Vanhala, H., 1997: Mapping oil-contaminated sand and till with the spectral induced polarization (SIP) method. *Geophysical Prospecting*, 45:303–326.
- Weber, H., 2007: *Laplace-Transformation : Grundlagen - Fourierreihen und Fourierintegral - Anwendungen*. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart.
- Weidelt, P., 1985: Einführung in die elektromagnetische Tiefenforschung. Vorlesungsskript, Technische Universität Braunschweig.
- Weller, A. und Börner, F. D., 1996: Measurements of spectral induced polarization for environmental purposes. *Environmental Geology*, 27:329–334.
- Weller, A., Frangos, W. und Seichter, M., 2000: Three-dimensional inversion of induced polarization data from simulated waste. *Journal of Applied Geophysics*, 44:67–83.

Literaturverzeichnis

- Weller, A., Nordsiek, S. und Bauerochse, A., 2006: Spectral induced polarisation - a geophysical method for archaeological prospection in peatlands. *Journal of Wetland Archaeology*, 6:105–125.
- Weller, A., Seichter, M. und Kampke, A., 1996: Induced-polarization modelling using complex electrical conductivities. *Geophysical Journal International*, 127:387–398.
- Wong, J., 1979: An electrochemical model of the induced-polarization phenomenon in disseminated sulfide ores. *Geophysics*, 44:1245–1265.
- Zonge, K. L., Sauck, W. A. und Sumner, J. S., 1972: Comparison of time, frequency, and phase measurements in induced polarization. *Geophysical Prospecting*, 20:626–648.

Anhang A

Tabellen

Tabelle A.1: Die ungebänderten Sandsteinproben aus Großbritannien und Deutschland.
Für diesen Datensatz wurden Ergebnisse von Untersuchungen verschiedener Autoren zusammengestellt.

Nr.	Probe	Ursprung der Daten	Art bzw. Herkunft des Sandsteins
1	BS 4	Breede (2006)	Shenstone (GB)
2	Bu 3	Breede (2006)	Bad Karlshafen (D)
3	Bu 12	Breede (2006)	südliches Harzvorland
4	GR	Breede (2006)	Münsteraner Bucht (D)
5	B	Kruschwitz (2007)	Baumberger Sandstein (D)
6	C	Kruschwitz (2007)	Cottaer Sandstein (D)
7	S	Kruschwitz (2007)	Bentheimer Sandstein (D)
8	Bu 1	Schröder (2008)	Buntsandstein (D)
9	GR 1	Schröder (2008)	Münsteraner Bucht (D)
10	OK 4	Schröder (2008)	Obernkirchener Sandstein (D)
11	C 7	Scott (2004)	Cliburn (GB)
12	C 9	Scott (2004)	Cliburn (GB)
13	K 7	Scott (2004)	Kirkham (GB)
14	R 5	Scott (2004)	Runcorn (GB)
15	R 16	Scott (2004)	Runcorn (GB)
16	R 18	Scott (2004)	Runcorn (GB)
17	Sa 3	Scott (2004)	Selby (GB)
18	Sa 7	Scott (2004)	Selby (GB)
19	Sb 3	Scott (2004)	Selby (GB)
20	W 2	Scott (2004)	Winterbourne Kingston (GB)
21	W 3	Scott (2004)	Winterbourne Kingston (GB)
22	W 6	Scott (2004)	Winterbourne Kingston (GB)
Fortsetzung auf der nächsten Seite			

Tabelle A.1: (Fortsetzung)

Nr.	Probe	Ursprung der Daten	Art bzw. Herkunft des Sandsteins
23	W 12	Scott (2004)	Winterbourne Kingston (GB)

Tabelle A.2: Die petrophysikalischen Eigenschaften der ungebänderten Sandsteinproben aus Großbritannien und Deutschland. Angegeben sind die porenvolumenspezifische innere Oberfläche S_{por} , der dominante Porenhalsdurchmesser D_{dom} , die Porosität ϕ und die Permeabilität K .

Nr.	Probe	S_{por} ($1/\mu\text{m}$)	D_{dom} (μm)	ϕ (—)	K (m^2)
1	BS 4	27,95	38,10	0,170	$4,23 \cdot 10^{-13}$
2	Bu 3	46,24	0,68	0,090	$2,00 \cdot 10^{-17}$
3	Bu 12	10,46	10,60	0,180	— — —
4	GR	31,33	26,60	0,250	$3,30 \cdot 10^{-13}$
5	B	69,17	0,99	0,191	— — —
6	C	50,80	18,25	0,217	— — —
7	S	10,73	22,79	0,188	— — —
8	Bu 1	25,35	— — —	0,140	$1,91 \cdot 10^{-16}$
9	GR 1	35,00	— — —	0,240	$1,98 \cdot 10^{-12}$
10	OK 4	8,23	— — —	0,180	$7,39 \cdot 10^{-15}$
11	C 7	17,32	27,10	0,258	— — —
12	C 9	17,21	29,40	0,260	— — —
13	K 7	18,78	13,20	0,264	— — —
14	R 5	11,36	38,20	0,249	— — —
15	R 16	25,82	19,40	0,241	— — —
16	R 18	27,94	30,90	0,236	— — —
17	Sa 3	15,26	— — —	0,284	— — —
18	Sa 7	39,18	9,52	0,273	— — —
19	Sb 3	14,27	33,90	0,319	— — —
20	W 2	2,75	— — —	0,203	— — —
21	W 3	5,31	— — —	0,172	— — —
22	W 6	5,27	— — —	0,190	— — —
23	W 12	6,22	27,70	0,153	— — —

Tabelle A.3: Der Gleichstromwiderstand ρ_0 , die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$, die Gesamtauf-ladbarkeit m_S und der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ sowie die Anpas-sungsfehler $\Delta|\rho|$ und $\Delta\varphi$ der Debye-Zerlegung für die ungebänderten Sand-steinproben aus Großbritannien und Deutschland.

Nr.	Probe	ρ_0 (Ωm)	$\bar{\tau}$ (s)	m_S (–)	U_τ (–)	$\Delta \rho $ (%)	$\Delta\varphi$ (mrad)
1	BS 4	139,89	0,299	0,191	3,79	0,10	0,13
2	Bu 3	274,97	0,471	0,295	4,00	0,17	0,24
3	Bu 12	168,46	0,016	0,076	2,15	0,04	0,12
4	GR	96,90	1,545	0,218	2,66	0,12	0,19
5	B	47,72	0,020	0,143	2,36	0,14	0,22
6	C	57,67	0,097	0,159	3,58	0,19	0,18
7	S	91,64	0,091	0,066	3,58	0,06	0,05
8	Bu 1	128,20	0,239	0,261	3,73	0,08	0,14
9	GR 1	90,65	1,139	0,201	2,68	0,03	0,06
10	OK 4	169,72	0,062	0,146	2,95	0,06	0,11
11	C 7	59,61	0,235	0,157	4,08	0,89	0,51
12	C 9	67,57	0,219	0,143	3,75	0,47	0,32
13	K 7	61,39	0,101	0,082	3,19	0,78	0,45
14	R 5	64,53	0,551	0,134	3,26	0,28	0,16
15	R 16	60,46	0,292	0,198	2,80	0,90	0,68
16	R 18	68,69	0,451	0,176	3,32	1,92	0,32
17	Sa 3	33,25	0,325	0,161	3,12	0,63	0,44
18	Sa 7	29,08	0,229	0,169	2,99	2,15	0,39
19	Sb 3	50,05	0,352	0,185	3,27	0,93	0,70
20	W 2	108,82	0,015	0,014	1,88	1,10	0,04
21	W 3	74,40	0,053	0,017	2,95	1,11	0,05
22	W 6	90,83	0,020	0,021	2,27	0,62	0,04
23	W 12	161,04	0,152	0,043	3,81	1,38	0,08

Tabelle A.4: Stärke der Bänderung und petrophysikalische Eigenschaften der Sandsteinproben aus der Bahariya-Formation (Ägypten). Bei den Sandsteinen wird anhand der Bänderung zwischen stark und schwach gebänderten Proben unterschieden. Eine erste Klassifizierung erfolgte durch Athmer (2005). Von den petrophysikalischen Eigenschaften werden die porenvolumenspezifische innere Oberfläche S_{por} , die Porosität ϕ , die Permeabilität K , der Formationswiderstandsfaktor F sowie die longitudinale T_1 - und die transversale T_2 -Relaxationszeit der NMR betrachtet. In einigen Fällen wurde die Permeabilität mehrfach untersucht. Die Proben, bei denen ein Unterschied zwischen der in dieser Arbeit genannten Permeabilität und dem später bestimmten Wert (Seda, 2010) festgestellt wurde, sind durch * gekennzeichnet.

Nr.	Probe	Bänd.	S_{por} ($1/\mu\text{m}$)	ϕ (—)	K (m^2)	F (—)	T_1 (ms)	T_2 (ms)
1	* 3 H	stark	12, 10	0, 123	$5,80 \cdot 10^{-16}$	45, 14	96, 47	5, 52
2	* 3 V	stark	9, 49	0, 124	$4,00 \cdot 10^{-16}$	67, 06	68, 33	4, 44
3	4 H	stark	9, 09	0, 121	$1,19 \cdot 10^{-15}$	42, 01	80, 24	7, 63
4	4 V	stark	9, 63	0, 128	$9,80 \cdot 10^{-16}$	45, 79	93, 12	7, 88
5	7 H	stark	34, 53	0, 080	$2,44 \cdot 10^{-16}$	63, 95	31, 94	3, 04
6	7 V	stark	2, 11	0, 083	$2,70 \cdot 10^{-17}$	85, 27	32, 13	2, 30
7	9 H	stark	32, 76	0, 059	$2,00 \cdot 10^{-17}$	66, 49	20, 17	2, 76
8	9 V	stark	3, 84	0, 070	$1,00 \cdot 10^{-17}$	91, 97	20, 58	3, 09
9	12 H	schwach	6, 50	0, 137	$1,54 \cdot 10^{-15}$	23, 42	60, 64	5, 52
10	12 V	schwach	6, 14	0, 134	$1,31 \cdot 10^{-15}$	28, 32	64, 53	5, 29
11	14 H	schwach	4, 43	0, 114	$1,35 \cdot 10^{-14}$	39, 38	128, 76	8, 19
12	14 V	schwach	4, 95	0, 117	$1,41 \cdot 10^{-14}$	40, 05	120, 73	10, 04
13	* 16 H	schwach	1, 35	0, 134	$1,83 \cdot 10^{-14}$	36, 32	72, 53	6, 28
14	* 16 V	schwach	2, 13	0, 136	$1,66 \cdot 10^{-14}$	36, 15	90, 44	6, 05
15	* 24 H	stark	23, 78	0, 088	$3,00 \cdot 10^{-17}$	62, 51	34, 73	3, 27
16	* 24 V	stark	20, 87	0, 103	$2,00 \cdot 10^{-17}$	72, 20	29, 95	3, 40
17	30 H	schwach	4, 16	0, 115	$3,69 \cdot 10^{-15}$	50, 80	77, 45	5, 68
18	30 V	schwach	4, 88	0, 113	$2,27 \cdot 10^{-15}$	63, 64	66, 14	7, 08
19	31 V	stark	47, 38	0, 053	$2,00 \cdot 10^{-17}$	100, 93	14, 91	1, 54
20	41 H	schwach	9, 03	0, 105	$2,54 \cdot 10^{-16}$	45, 05	58, 01	4, 59
21	41 V	schwach	8, 49	0, 102	$1,83 \cdot 10^{-16}$	52, 09	47, 19	4, 11
22	42 H	schwach	4, 73	0, 150	$2,76 \cdot 10^{-14}$	24, 42	168, 61	18, 32
23	42 V	schwach	4, 78	0, 154	$2,27 \cdot 10^{-14}$	27, 22	154, 99	12, 65
24	44 H	schwach	4, 83	0, 147	$1,94 \cdot 10^{-14}$	24, 00	125, 88	11, 36
25	44 V	schwach	3, 14	0, 145	$2,38 \cdot 10^{-14}$	30, 70	154, 47	16, 29
26	47 H	stark	30, 13	0, 049	$4,29 \cdot 10^{-16}$	62, 81	16, 97	1, 47
Fortsetzung auf der nächsten Seite								

Tabelle A.4: (Fortsetzung)

Nr.	Probe	Bänd.	S_{por} ($1/\mu\text{m}$)	ϕ (—)	K (m^2)	F (—)	T_1 (ms)	T_2 (ms)
27	47 V	stark	23,31	0,093	$6,30 \cdot 10^{-17}$	115,17	25,45	2,17
28	48 H	stark	10,75	0,144	$3,74 \cdot 10^{-15}$	29,18	77,02	7,52
29	48 V	stark	9,70	0,138	$1,16 \cdot 10^{-15}$	37,55	78,24	7,15
30	* 49 H	schwach	3,26	0,158	$3,82 \cdot 10^{-14}$	25,41	208,56	33,03
31	* 49 V	schwach	3,54	0,163	$2,88 \cdot 10^{-14}$	27,27	202,98	24,28
32	50 H	schwach	4,60	0,149	$3,85 \cdot 10^{-14}$	26,40	164,18	18,39
33	50 V	schwach	4,30	0,162	$2,47 \cdot 10^{-14}$	32,47	188,93	22,28
34	51 H	schwach	2,60	0,163	$5,46 \cdot 10^{-14}$	21,75	164,29	17,03
35	51 V	schwach	2,87	0,170	$5,59 \cdot 10^{-14}$	22,38	169,17	21,07
36	55 H	stark	9,36	0,153	$5,58 \cdot 10^{-15}$	29,62	118,81	9,13
37	55 V	stark	10,40	0,151	$1,25 \cdot 10^{-15}$	39,83	123,93	13,61
38	59 H	stark	10,79	0,100	$9,40 \cdot 10^{-17}$	70,11	42,22	4,05
39	59 V	stark	12,06	0,117	$1,12 \cdot 10^{-16}$	60,65	50,02	4,02
40	63 H	schwach	2,33	0,128	$1,50 \cdot 10^{-14}$	37,11	151,78	15,49
41	63 V	schwach	10,87	0,142	$6,48 \cdot 10^{-15}$	35,10	103,03	7,15
42	* 65 H	schwach	4,08	0,137	$1,16 \cdot 10^{-14}$	41,04	201,01	23,66
43	* 65 V	schwach	4,95	0,135	$1,56 \cdot 10^{-15}$	48,64	197,23	19,44
44	71 H	schwach	5,82	0,092	$3,39 \cdot 10^{-15}$	72,82	180,05	21,09
45	71 V	schwach	9,67	0,090	$1,27 \cdot 10^{-15}$	89,49	132,55	20,14
46	73 H	stark	32,68	0,074	$8,90 \cdot 10^{-17}$	46,20	29,07	3,50
47	73 V	stark	53,13	0,085	$3,70 \cdot 10^{-17}$	52,49	23,98	3,26
48	74 H	stark	86,69	0,084	$5,30 \cdot 10^{-17}$	44,46	21,33	2,04
49	74 V	stark	76,05	0,071	$1,10 \cdot 10^{-17}$	91,27	24,51	3,60
50	75 H	stark	56,45	0,077	$2,28 \cdot 10^{-16}$	52,60	31,43	2,74
51	75 V	stark	55,74	0,078	$3,80 \cdot 10^{-17}$	89,47	31,48	5,97
52	78 H	stark	113,02	0,066	$1,11 \cdot 10^{-16}$	36,44	15,27	1,31
53	78 V	stark	16,80	0,065	$7,30 \cdot 10^{-18}$	106,31	18,51	1,21

Tabelle A.5: Der Gleichstromwiderstand ρ_0 , die mittlere Relaxationszeit $\bar{\tau}$, die Gesamtauf-ladbarkeit m_S und der Ungleichförmigkeitsparameter U_τ sowie die Anpassungsfehler $\Delta|\rho|$ und $\Delta\varphi$ der Debye-Zerlegung für die gebänderten Sandsteinproben aus der Bahariya Formation (Ägypten).

Nr.	Probe	ρ_0 (Ωm)	$\bar{\tau}$ (s)	m_S (—)	U_τ (—)	$\Delta \rho $ (%)	$\Delta\varphi$ (mrad)
1	3 H	403,79	0,0530	0,1612	2,81	0,05	0,12
2	3 V	587,79	0,1004	0,1909	3,33	0,07	0,11
Fortsetzung auf der nächsten Seite							

Tabelle A.5: (Fortsetzung)

Nr.	Probe	ρ_0 (Ωm)	$\bar{\tau}$ (s)	m_S (—)	U_τ (—)	$\Delta \rho $ (%)	$\Delta\varphi$ (mrad)
3	4 H	408,40	0,0465	0,2025	2,80	0,09	0,23
4	4 V	458,24	0,0758	0,1532	3,45	0,08	0,21
5	7 H	517,62	0,0246	0,2687	1,92	0,11	0,20
6	7 V	760,29	0,0724	0,1962	3,42	0,08	0,18
7	9 H	649,80	0,0436	0,2063	2,83	0,11	0,23
8	9 V	908,85	0,0411	0,2049	2,56	0,19	0,50
9	12 H	220,79	0,0429	0,0765	2,83	0,02	0,05
10	12 V	269,55	0,0435	0,0753	2,80	0,03	0,06
11	14 H	379,97	0,0329	0,0610	2,87	0,09	0,15
12	14 V	390,79	0,0261	0,0529	3,14	0,13	0,24
13	16 H	342,44	0,0280	0,0751	2,23	0,03	0,05
14	16 V	342,31	0,0322	0,0663	2,79	0,31	0,27
15	24 H	584,62	0,0479	0,2087	2,84	0,12	0,30
16	24 V	722,75	0,0674	0,1982	3,03	0,19	0,47
17	30 H	477,88	0,0475	0,0895	2,86	0,04	0,08
18	30 V	597,50	0,0548	0,1008	3,33	0,06	0,12
19	31 V	879,01	0,0423	0,1933	2,82	0,10	0,24
20	41 H	422,72	0,0544	0,0888	2,78	0,03	0,06
21	41 V	480,00	0,0800	0,1176	3,32	0,05	0,09
22	42 H	234,44	0,0272	0,0465	2,80	0,09	0,10
23	42 V	261,07	0,0354	0,0523	2,76	0,03	0,04
24	44 H	229,12	0,0379	0,0699	2,55	0,03	0,06
25	44 V	289,93	0,0347	0,0694	2,92	0,02	0,06
26	47 H	563,32	0,0296	0,1640	2,82	0,09	0,24
27	47 V	991,85	0,0603	0,1720	3,10	0,07	0,18
28	48 H	265,46	0,0607	0,1495	3,04	0,04	0,06
29	48 V	338,76	0,0983	0,1537	3,35	0,06	0,08
30	49 H	268,83	0,0269	0,0784	2,54	0,08	0,23
31	49 V	287,61	0,0235	0,0808	2,50	0,12	0,23
32	50 H	252,42	0,0362	0,0638	2,88	0,02	0,04
33	50 V	309,34	0,0411	0,0681	2,86	0,03	0,06
34	51 H	203,91	0,0190	0,0932	1,96	0,05	0,08
35	51 V	214,69	0,0587	0,0641	2,84	0,05	0,05
36	55 H	269,32	0,0495	0,1239	3,02	0,03	0,07
37	55 V	365,09	0,0717	0,1088	2,84	0,05	0,09
38	59 H	612,30	0,1537	0,1925	3,79	0,05	0,13
Fortsetzung auf der nächsten Seite							

Tabelle A.5: (Fortsetzung)

Nr.	Probe	ρ_0 (Ωm)	$\bar{\tau}$ (s)	m_S (—)	U_τ (—)	$\Delta \rho $ (%)	$\Delta\varphi$ (mrad)
39	59 V	538,60	0,0933	0,1690	3,42	0,07	0,14
40	63 H	345,97	0,0547	0,0820	2,86	0,04	0,06
41	63 V	318,07	0,0813	0,1182	3,33	0,07	0,10
42	65 H	383,40	0,0595	0,0868	3,23	0,04	0,07
43	65 V	456,76	0,0450	0,0808	2,72	0,04	0,11
44	71 H	698,30	0,0517	0,0712	2,86	0,05	0,16
45	71 V	856,56	0,0493	0,0735	2,91	0,07	0,24
46	73 H	428,07	0,3314	0,1706	4,23	0,06	0,14
47	73 V	493,98	0,3196	0,1624	3,98	0,09	0,17
48	74 H	409,05	0,1228	0,1421	3,45	0,09	0,13
49	74 V	841,54	0,2096	0,1571	4,07	0,09	0,17
50	75 H	468,01	0,1845	0,1709	4,03	0,12	0,16
51	75 V	804,83	0,2059	0,1744	3,75	0,11	0,22
52	78 H	327,27	0,1149	0,1569	3,38	0,07	0,12
53	78 V	928,78	0,1049	0,1891	3,43	0,12	0,24

Anhang B

Bestimmung der kleinsten Relaxationszeit

Für das Debye-Modell gilt:

$$\begin{aligned}\rho(\omega) &= \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + i\omega\tau} \right) \right) \\&= \rho_0 \cdot \frac{1 + i\omega\tau - im\omega\tau}{1 + i\omega\tau} \\&= \rho_0 \cdot \frac{(1 + i\omega\tau(1 - m)) \cdot (1 - i\omega\tau)}{(1 + i\omega\tau) \cdot (1 - i\omega\tau)} \\&= \rho_0 \cdot \frac{1 - i\omega\tau + i\omega\tau(1 - m) + \omega^2\tau^2(1 - m)}{1 + \omega^2\tau^2} \\&= \rho_0 \cdot \frac{1 - i\omega\tau m + \omega^2\tau^2(1 - m)}{1 + \omega^2\tau^2} \\&= \frac{\rho_0(1 + \omega^2\tau^2(1 - m))}{1 + \omega^2\tau^2} + i \cdot \frac{-\rho_0 m\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}\end{aligned}$$

Anhang B Bestimmung der kleinsten Relaxationszeit

Der Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ ist dann:

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \arctan\left(\frac{-\Im(\rho(\omega))}{\Re(\rho(\omega))}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{m\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2(1 - m)}\right)\end{aligned}$$

Die erste Ableitung von $\varphi(\omega)$ lautet:

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi}{d\omega} &= \left(1 + \left(\frac{\omega\tau m}{1 + \omega^2\tau^2(1 - m)}\right)^2\right)^{-1} \cdot \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega\tau m}{1 + \omega^2\tau^2(1 - m)}\right) \\ &= \frac{1 + 2\omega^2\tau^2(1 - m) + \omega^4\tau^4(1 - m)^2}{1 + 2\omega^2\tau^2(1 - m) + \omega^4\tau^4(1 - m)^2 + \omega^2\tau^2m^2} \\ &\quad \cdot \frac{\tau m(1 - \tau^2\omega^2 + \tau^2\omega^2m)}{1 + 2\omega^2\tau^2(1 - m) + \omega^4\tau^4(1 - m)^2} \\ &= \frac{\tau m(1 - \tau^2\omega^2 + \tau^2\omega^2m)}{1 + 2\omega^2\tau^2(1 - m) + \omega^4\tau^4(1 - m)^2 + \omega^2\tau^2m^2} \\ &= \frac{\tau m(1 - \tau^2\omega^2(1 - m))}{(1 + \omega^2\tau^2(1 - m))^2 + (\omega\tau m)^2}\end{aligned}$$

Setzt man wegen des Phasenwinkelmaximums die erste Ableitung von $\varphi(\omega_{ext})$ bei der Frequenz des Extremums ω_{ext} auf Null, so folgt:

$$0 = \tau \cdot m \cdot (1 - \tau^2 \cdot \omega_{ext}^2 \cdot (1 - m))$$

beziehungsweise

$$\tau^2 = \frac{1}{\omega_{ext}^2 \cdot (1 - m)}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\tau = \frac{1}{\omega_{ext} \cdot \sqrt{1 - m}}. \quad (\text{B.1})$$

Die kleinste Relaxationszeit τ_{min} wird für die größte gemessene Frequenz $\omega_{ext} = \omega_{max}$ erhalten. Die größte Relaxationszeit τ_{max} ergibt sich analog für die kleinste gemessene Frequenz $\omega_{ext} = \omega_{min}$.

Major und Silic (1981) geben eine ähnliche Gleichung für das Cole-Cole-Modell in seiner ursprünglichen Form an:

$$\omega = \frac{1}{\tau(1 - m)^{\frac{1}{2c}}}. \quad (\text{B.2})$$

Berücksichtigt man, dass das Debye-Modell als Spezialfall ($c = 1$) des Cole-Cole-Modells geschrieben werden kann, lässt sich Gleichung B.1 leicht aus Gleichung B.2 herleiten.